

Chmelař, Vilém; Osecký, Pavel

Matematické modely průběhu aktivní pozornosti

Sborník prací Filozofické fakulty brněnské univerzity. I, Řada pedagogicko-psychologická. 1974, vol. 23, iss. 19, pp. [17]-51

Stable URL (handle): <https://hdl.handle.net/11222.digilib/112624>

Access Date: 27. 11. 2024

Version: 20220831

Terms of use: Digital Library of the Faculty of Arts, Masaryk University provides access to digitized documents strictly for personal use, unless otherwise specified.

V. CHMELAŘ A P. OSECKÝ
Psychologická laboratoř ČSAV, Brno

MATEMATICKÉ MODELÝ PRŮBĚHU AKTIVNÍ POZORNOSTI

Na základě empirického výzkumu vývoje a průběhu trvání dob nepřerušené aktivní optické a akustické pozornosti, prováděného ve čtyřech seriích pokusů V. Chmelařem v letech 1936, 1957, 1968—1972 u velkého počtu osob různého věku a pohlaví při dlouhodobém (jednohodinovém) sukcesivním vnímání a apercipování (identifikování) barev, tónů, bezesmyslových slabik a smysluplného textu, odvodil P. Osecký (1970, 1971, 1972) matematické modely procesů spojených s jejím průběhem. Modely podnětové posloupnosti umožňují simulovat různé reálné situace a laboratornímu výzkumu poskytují posloupnosti s výhodnými matematickými vlastnostmi. Individuálně zaměřené modely vlastního průběhu aktivní pozornosti popisují tento proces psychologicky výstižnějšími charakteristikami, než jsou pouhá chybová skóre, a umožňují kontrolovatelnější formulaci hypotéz o tomto procesu. Studium interakce modelů podnětové posloupnosti a průběhu aktivní pozornosti pak slouží v jistých mezích k predikci pravděpodobnosti chyby při změně délky a četnosti podnětů, jakož i ověřování různých hypotéz o této situaci. Doposud se jeví nejvýstižnějším markovský model průběhu aktivní pozornosti, zatím co konkurující periodický model vykazuje při simulaci horší shodu s experimentálními daty.

1. Aktivní pozornost, podněty a chyby

Průběh aktivní optické, akustické popř. jiné pozornosti považujeme za proces doprovázející percepci a apercepci optických, akustických popř. jiných podnětů dané kvality, při němž zkoumaná osoba střídavě je nebo není schopna percipovat a apercipovat exponované podněty. Říkáme pak, že aktivní pozornost je v příkloněném popř. odkloněném stavu a mluvíme o intervalech nepřetržitého příklonu popř. nepřetržitého odklonu aktivní pozornosti.

Protože však byly oba stavy pozornosti definovány na základě pouhé možnosti percepcce a apercepcce, nejsou intervaly nepřetržitého příklonu a odklonu přímo pozorovatelné. O stavu aktivní pozornosti se jen občasně přesvědčíme tak, že budeme exponovat nepravidelnou posloupnost podnětů a u některých z nich, předem označených, budeme vyžadovat smlouvenou reakci. V průběhu času se tak

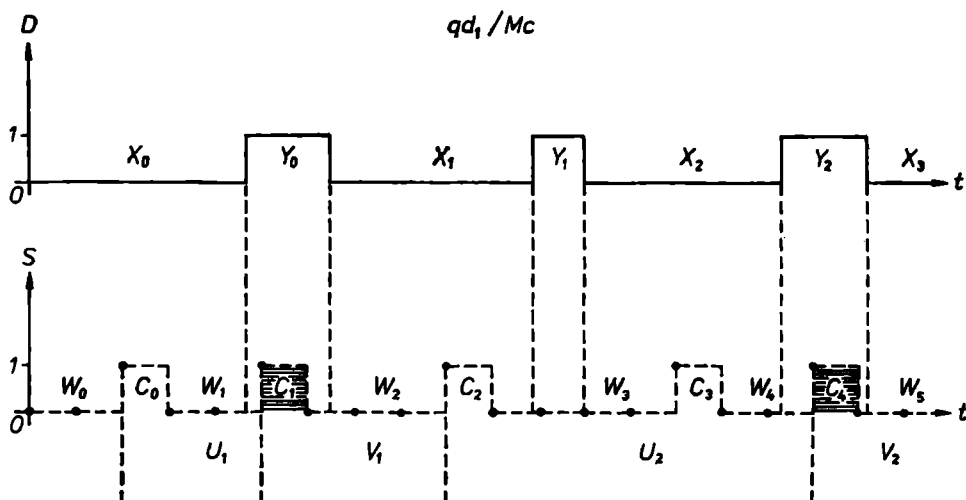
podnět bude střídavě nacházet v kontrolním popř. nekontrolním stavu a v souvislosti s tím budeme mluvit o kontrolních a nekontrolních podnětových intervalech. Kontrolní interval je totožný s dobou, po kterou trvá kontrolní podnět, kdežto do nekontrolního intervalu zařazujeme nejen trvání nekontrolního podnětu, nýbrž i dobu, po kterou by popř. nebyl exponován vůbec žádný podnět: to však padá v úvahu jen u některých matematických modelů.

Na jednotlivé podněty zkoumaná osoba může nebo nemusí reagovat. Při tom mohou nastat čtyři situace:

1. Šlo o kontrolní podnět, osoba adekvátně reagovala a nedopustila se tedy chyby.
2. Šlo o nekontrolní podnět, osoba nereagovala a nedopustila se tedy chyby.
3. Šlo o kontrolní podnět, osoba však nereagovala a dopustila se tedy chyby.

Tuto chybu — chybějící reakci — považujeme v našich experimentech za jednoznačný projev odkloněné pozornosti, protože ostatní možné příčiny se sotva projevily: podněty byly exponovány jasně, požadované reakce byly jednoduché a záporná motivace se u zkoumaných osob nevyskytla.

4. Šlo o nekontrolní podnět, osoba však reagovala a dopustila se tím chyby. Tato chyba — neadekvátní reakce — není tak snadno interpretovatelná jako reakce chybějící. Můžeme se domnívat, že k neadekvátní reakci dochází během odkloněné pozornosti, to však k jejímu vysvětlení nestačí. Zřejmě se na jejím výskytu musí kromě odklonu pozornosti podílet ještě nějaký jiný hypotetický činitel, který však není zahrnut do matematických modelů studovaných v tomto článku. Kdykoliv proto u matematických modelů aktivní pozornosti mluvíme o chybách, máme na mysli jen chybějící reakce, zatím co neadekvátní reakce nebereme v úvahu. To neznamená, že bychom skutečný průběh aktivní pozornosti zkreslovali, nýbrž jenom to, že při statistické analýze nevyužíváme informací o neadekvátních reakcích.



Obr. 1

V tomto pojetí tedy v každém kontrolním intervalu zjišťujeme, zda zkoumaná osoba reagovala smluveným způsobem nebo ne, a podle toho rozeznáváme bezchybné a chybné kontrolní intervaly. Pomocí nich pak definujeme intervaly bez-

chybné a chybné činnosti takto: Interval bezchybné činnosti začíná počátkem prvního bezchybného kontrolního intervalu, který následuje po předchozí chybějící reakci (nebo po zahájení experimentu), a končí počátkem nejbližší následujícího chybného kontrolního intervalu. Podobně interval chybné činnosti začíná počátkem prvního chybného kontrolního intervalu, který následuje po předchozí adekvátní reakci (nebo po zahájení experimentu), a končí počátkem nejbližší následujícího bezchybného kontrolního taktu. Tato definice je schematicky znázorněna na obr. 1. Na horní časové ose je znázorněno střídání intervalů nepřetržitého příklonu pozornosti v délkách X_0, X_1 atd. s intervaly nepřetržitého odklonu o délkách Y_0, Y_1 atd. Tyto intervaly samy jsou nepozorovatelné. Na dolní časové ose jsou znázorněny nekontrolní intervaly W_0, W_1 atd. (odpovídající např. při výzkumu aktivní optické pozornosti vždy sérii půlveřinových expozic černého, modrého nebo zeleného obdélníka jakožto nekontrolního podnětu) a kontrolní intervaly C_0, C_1 atd. (odpovídající půlveřinové expozici červeného obdélníka jakožto kontrolního podnětu). Chybné kontrolní intervaly jsou vyznačeny šrafováním. Jim odpovídající intervaly bezchybné činnosti jsou označeny U_1, U_2 atd. a intervaly chybné činnosti V_1, V_2 atd. Z obrázku je zřejmé, že ne každý interval nepřetržitého odklonu se musí projevit chybou (viz Y_1). Podle našeho předpokladu chyby (tj. chybějící reakce) vznikají právě tehdy, když interval nepřetržitého odklonu aktivní pozornosti zcela překryje kontrolní podnětový interval, jak je to v našem obrázku znázorněno příslušnými průměty. Situaci znázorněnou na obr. 1 lze krátce shrnout tak, že nepozorovatelné intervaly nepřetržitého příklonu popř. odklonu aktivní pozornosti se projevují v obměněné podobě intervalů bezchybné popř. chybné činnosti.

2. Výchozí empirické výsledky

Východiskem pro odvození dále popsaných matematických modelů byl poměrně rozsáhlý výzkum aktivní optické a akustické pozornosti, prováděný mezi léty 1936 až 1972 V. Chmelařem a V. Chmelařem—P. Oseckým (viz soupis literatury).

Při tomto výzkumu reagovala vždy jednotlivá osoba na nepravidelnou posloupnost podnětů exponovanou po dobu jedné hodiny v taktech stejné délky, přičemž kontrolní podnět byl předem označen. Podnětové posloupnosti měly rozličnou podobu:

— V jednovteřinových taktech byly opticky exponovány bezesmyslné slabiky s kontrolním podnětem „un“.

— Vždy po taktech délky 0,61 sec. byla akusticky exponována jedna slabika smysluplného textu, přičemž kontrolním podnětem byla kterákoliv slabika, obsahující hlásku „e“, „é“, „ě“.

— V půlveřinových taktech byly exponovány opticky různobarevné obdélníky s červeným obdélníkem jako kontrolním podnětem.

— V půlveřinových taktech byly exponovány tóny různé výšky s nejvyšším kontrolním podnětem.

Rovněž zkoumané osoby se značně lišily. Mikroanalýza délek intervalů bezchybné činnosti byla provedena u 12 souborů po 20 až 23 osobách:

- pět chlapeckých tříd v pěti prvních postupných ročnících,
- pět dívčích tříd v pěti prvních postupných ročnících,
- jeden soubor dospělých mužů v různém stáří,
- jeden soubor dospělých mužů a žen v různém stáří.

Výsledky zpracování těchto empirických dat byly popsány v citovaných pracích. Všimněme si zde zvláště mikroanalýzy výskytu chyb v průběhu sledované hodiny a mikroanalýzy délek intervalů bezchybné činnosti. Na jejich základě bylo především zjištěno, že získané kvantitativní charakteristiky se u dětí silně mění v závislosti na jejich stáří, že jsou u všech zkoumaných osob silně interindividuálně variabilní a že výrazně závisí na druhu podnětů a rychlosti jejich expozice. Při vši této variabilitě kvantitativních charakteristik se však některé kvalitativní vlastnosti průběhu aktivní pozornosti i za různých podmínek neměnně opakují, jak bylo ověřeno statistickou analýzou individuálních dat:

1. Výskyt chyb je u všech osob v průběhu jedné hodiny arytmiický a nepravidelný.
2. Výskyt chyb nevykazuje během jedné hodiny žádné průkazné trendy.
3. Délky intervalů bezchybné činnosti jsou u převážné části osob rozloženy ve shodě s exponenciálním zákonem, popř. s jeho diskrétní verzí, zákonem geometrickým.

Na těchto třech neměnných vlastnostech budou založeny markovské modely průběhu aktivní pozornosti, které považujeme za nejvýhodnější.

3. Kritika výchozích experimentálních výsledků

Z diskusí o popsání experimentech a jejich interpretaci vyplynuly některé námítky, které jsou v dalším textu shrnuty zároveň s protinámítkami:

1. Protože jde o laboratorní experimenty, lze prý ztěžší předpovídat, jak budou probíhat reálné procesy. — Tato námítka je pouhou velmi obecnou kritikou laboratorních experimentů vůbec. Kromě toho popsání pokusy byly prováděny záměrně za velmi rozdílných podmínek, avšak náhodný charakter procesu i exponenciální charakter rozložení intervalů bezchybné činnosti zůstal přes všechny kvantitativní změny zachován.

2. Arytmiický průběh aktivní pozornosti domněle odporuje periodickému charakteru biologických procesů. Je možné, že hodinové pozorování bylo vytrženo z děje, který má v delších časových intervalech periodický charakter. — První část námítky má jen úvahový charakter: lze jen konstatovat, že periodičnost nebyla pozorována. K druhé části námítky se nelze na základě hodinového pozorování vyslovit.

3. Je možné, že použité vteřinové nebo půlvteřinové střídání podnětů je příliš hrubé na postihnout děje, který má v jemnějších časových měřítcích periodický charakter. — O těchto jemnějších měřítcích výsledky našich experimentů nic neříkají a nejsou tedy ve sporu s namítaným tvrzením. Ve skutečnosti však existuje interpretace popsání experimentálních výsledků, která existenci takových rychlých periodických dějů nepřímě předpokládá. Pokud i intervaly nepřetržitého příklonu aktivní pozornosti mají exponenciální nebo geometrické rozložení, musejí mít na základě teorie pravděpodobnosti tzv. markovskou vlastnost. Znamená to jinými slovy, že hypotetický mechanismus, odklánějící čas od času pozornost, pracuje nejen náhodně, ale i bez ohledu na to, jak dlouho už momentálně trvajících pozornost nebyla přerušena. V každém případě by takový mechanismus asi závisel na vytváření náhodných posloupností v centrální nervové soustavě, jejichž zdrojem by mohly být zmíněné rychlé periodické děje.

4. Popsané výsledky prý snad spíše než na skutečném průběhu aktivní pozornosti závisejí na posloupnosti podnětů. — Tato námitka především vůbec není ve sporu s našimi závěry o celkovém výsledném procesu pozornosti, jehož se ve vzájemné dále neanalyzované závislosti účastní podněty i aktivní pozornost. Přitom náhodný charakter procesu a exponenciální rozložení intervalů bezchybně činnosti se nemění ani při silně obměňovaných podnětových posloupnostech (včetně těch, které jsou blízké reálným situacím) a je tedy bez ohledu na námitku použitelný v široké oblasti. — Jinak je ovšem tato námitka nejzávažnější ze všech citovaných, protože klade požadavek analyzovat celkový výsledný proces pozornosti v jeho uvedené složky: vyšetřit např. okolnost, že některé odklony pozornosti se nemohou projevit, protože nastanou mimo okamžik, kdy byl dán kontrolní podnět; nebo zkusit, zda např. i periodický průběh pozornosti by při nějaké podnětové posloupnosti nemohl vést k podobným experimentálním výsledkům jako předpokládaný markovský průběh atd.

4. Použitá označení

t, T	= determinovaný popř. náhodný okamžik
z, Z	= determinovaný popř. náhodný časový přírůstek
τ	= délka taktu nebo krok
s_t, S_t	= determinovaný popř. náhodný stav podnětu v okamžiku t
i, j	= možné stavy podnětu = 0 pro nekontrolní stav = 1 pro kontrolní stav
σ	= pravděpodobnost kontrolního stavu (nezávislá na t)
θ	= koeficient podnětové setrvačnosti
$\varphi(z)$	= pravděpodobnost přechodu z nekontrolního do kontrolního stavu za dobu z
$\psi(z)$	= pravděpodobnost přechodu z kontrolního do nekontrolního stavu za dobu z
g	= pořadový index podnětu = 0, 1, 2, ...
t_g, T_g	= determinovaný popř. náhodný okamžik expozice g -tého podnětu
p	= pořadový index kontrolních a nekontrolních intervalů = 0, 1, 2, ...
w_p, W_p	= determinovaná popř. náhodná délka p -tého nekontrolního intervalu
ω	= střední délka nekontrolního intervalu (nezávislá na p)
c_p, C_p	= determinovaná popř. náhodná délka p -tého kontrolního intervalu
γ	= střední délka kontrolního intervalu (nezávislá na p)
d_t, D_t	= determinovaný popř. náhodný stav aktivní pozornosti v okamžik t
k, l	= možné stavy aktivní pozornosti = 0 pro příkloněný stav = 1 pro odkloněný stav
δ, d	= pravděpodobnost odkloněného stavu (nezávislá na t) popř. její statistický odhad
Θ, h	= koeficient pozornostní setrvačnosti popř. jeho statistický odhad
$\alpha(z), a(z)$	= pravděpodobnost přechodu z příkloněného do odkloněného stavu za dobu z (nezávislá na t) popř. její statistický odhad
$\beta(z), b(z)$	= pravděpodobnost přechodu z odkloněného do příkloněného stavu za dobu z (nezávislá na t) popř. její statistický odhad

q	= pořadový index intervalů nepřetržitého příklonu popř. odklonu = = 0, 1, 2, ...
x_q, X_q	= determinovaná popř. náhodná délka q -tého intervalu nepřetržitého příklonu
ξ, \bar{x}	= střední délka nepřetržitého příklonu (nezávislá na q) popř. její statistický odhad
y_q, Y_q	= determinovaná popř. náhodná délka q -tého intervalu nepřetržitého odklonu
η, \bar{y}	= střední délka nepřetržitého odklonu (nezávislá na q) popř. její statistický odhad
r	= pořadový index intervalů chybné a bezchybné činnosti = 1, 2, 3, ...
u_r, U_r	= determinovaná popř. náhodná délka r -tého intervalu bezchybné činnosti
μ, \bar{u}	= střední délka intervalu bezchybné činnosti (nezávislá na r) popř. její statistický odhad
v_r, V_r	= determinovaná popř. náhodná délka r -tého intervalu chybné činnosti
ν, \bar{v}	= střední délka intervalu chybné činnosti (nezávislá na r) popř. její statistický odhad
$n_{kl}(z)$	= počet pozorovaných přechodů aktivní pozornosti ze stavu k do stavu l trvajících dobu z
$n(z)$	= počet všech pozorovaných přechodů mezi stavy aktivní pozornosti trvajících dobu z
$P(\cdot)$	= pravděpodobnost
$P(\cdot \cdot)$	= podmíněná pravděpodobnost

V dalším textu budeme užívat některých označení a názvů, jež jsou přesněji popsány např. v (Zítek, 1970) a (Karlin, 1971), avšak na tomto místě je jen slovně vysvětlíme. Tak *diskrétním časem* zde rozumíme reálnou proměnnou nabývající jen izolovaných hodnot $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$, přičemž polouzavřené intervaly $\langle 0, \tau \rangle$, $\langle \tau, 2\tau \rangle$, $\langle 2\tau, 3\tau \rangle$, ... nazýváme *takty*. *Spojítým časem* naopak nazýváme reálnou proměnnou, nabývající všech hodnot $t \geq 0$. *Determinovaným procesem* budeme rozumět reálnou funkci, která každé hodnotě nezávisle proměnné t přiřazuje hodnotu závisle proměnné z . Kvůli analogii s procesy náhodnými ji v textu budeme označovat

$$\{z_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\} \quad \text{popř.} \quad \{z_t \mid t \geq 0\}.$$

Náhodným procesem budeme naopak rozumět zobrazení, které každé hodnotě nezávisle proměnné t přiřazuje náhodnou veličinu Z_t . Náhodný proces zde budeme značit

$$\{Z_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\} \quad \text{popř.} \quad \{Z_t \mid t \geq 0\}.$$

Náhodný proces s diskrétním časem, při kterém jsou všechny náhodné veličiny Z_t stochasticky nezávislé, nazýváme posloupností *nezávislých pokusů*. Náhodný proces (s diskrétním nebo spojítým časem), jehož minulost může ovlivňovat budoucnost jedině nepřímo prostřednictvím přítomného stavu, se nazývá markovským. (Je to proces, který jako by průběžně „zapomínal“ svou minulost a „pamatoval“ si jen přítomný okamžik.) Náhodný proces se nazývá *stacionárním*, jestliže výskyt každého jeho stavu (popř. více stavů v konstantních časových odstupech) má určitou pravděpodobnost, neměnnou v průběhu času.

5. Modely podnětové posloupnosti

Deterministickým modelem podnětové posloupnosti nazýváme determinovaný proces

$$\{s_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\} \quad \text{popř.} \quad \{s_t \mid t \geq 0\},$$

kdežto stochastickým modelem této posloupnosti nazýváme náhodný proces

$$\{S_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\} \quad \text{popř.} \quad \{S_t \mid t \geq 0\};$$

přitom výrazy s_t i S_t nabývají pouze dvou hodnot 0 a 1. Ačkoliv při skutečných psychologických experimentech může nekontrolní podnět nabývat různých forem (např. černá, modrá a zelená barva), v matematických modelech mezi těmito formami nerozlišujeme a kódujeme je vždy nulou $s_t = 0$ popř. $S_t = 0$; dokonce tímto způsobem označujeme i absenci jakéhokoliv podnětu, pokud to padá v úvahu. Podobně vyskytnou-li se i různé formy kontrolního podnětu, charakterizujeme je vždy jedničkou $s_t = 1$ popř. $S_t = 1$.

Laboratorních experimentů a reálných situací, které je třeba pomocí modelů podnětové posloupnosti vystihnout, je mnoho: proto i počet zde uvedených modelů je velký. Pro obecnou informaci doporučujeme čtenářovu zájmu modely „ pd_0 “, „ qd_1 “, „ Id_0 “, „ Mc_0 “. Podrobněji modely podnětové posloupnosti třídíme a kódujeme podle těchto hledisek:

1. Na prvním místě kódu bude uvedeno malé písmeno, půjde-li o model deterministický a velké písmeno, půjde-li o model stochastický. Např. píšeme

g = deterministický model,

G = stochastický model.

2. Konkrétní písmeno na prvním místě udává bližší specifikaci modelu takto:

g, G = obecný model

p, P = periodický model

q, Q = kvasiperiodický model

I = model nezávislých podnětů

M = markovský model

S = semimarkovský model

3. Na druhém místě kódu je uvedeno malé písmeno, specifikující způsob, jakým v modelu plyne čas.

d = model s diskrétním časem

c = model se spojitém časem

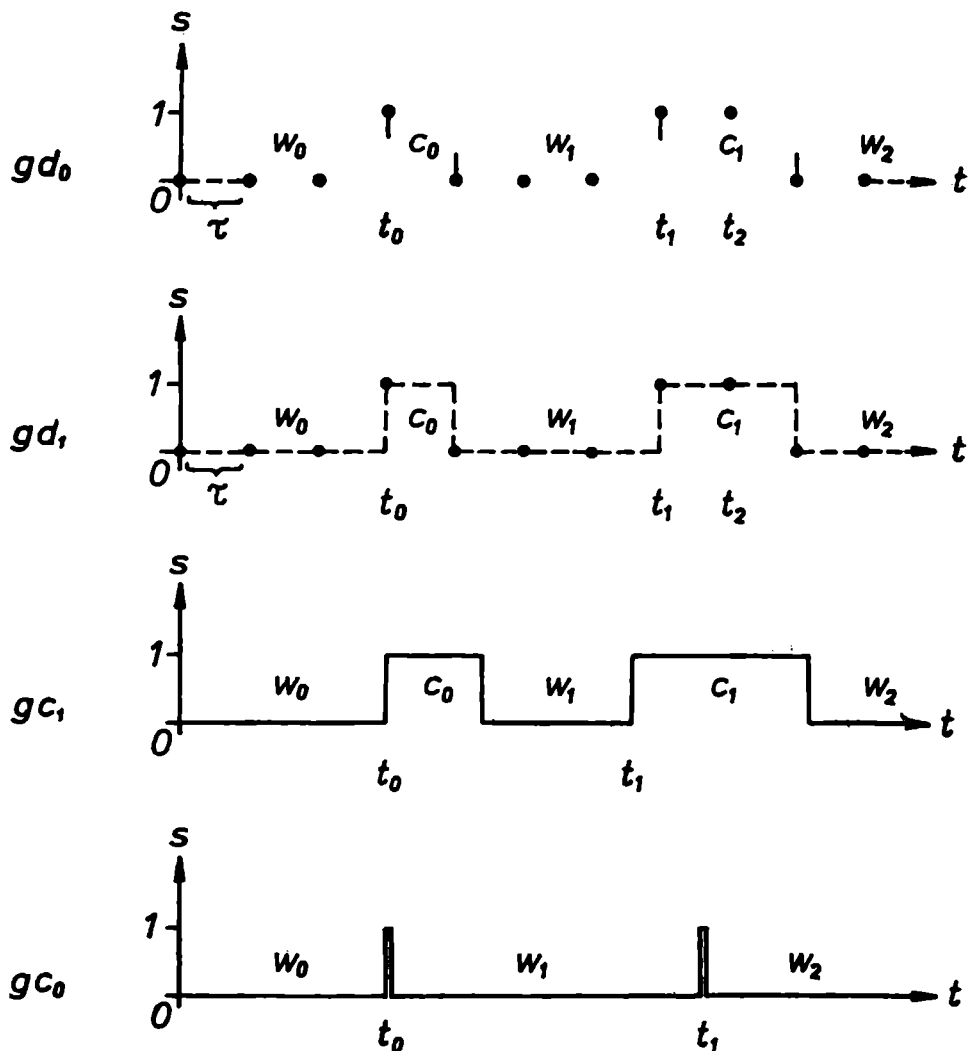
Podle potřeby opatříme ještě tyto symboly indexem 0, jestliže kontrolní podnět trvá vždy jen jediný okamžik, a indexem 1, jestliže přetrvává vždy po celý časový interval:

d_0, c_0 = model s okamžikovými kontrolními podněty

d_1, c_1 = model s intervalovými kontrolními podněty

Matematický model podnětové posloupnosti kódujeme na základě předešlého výkladu dvojicí písmen. Např. „ gd_0 “ znamená obecný deterministický model s diskrétním časem a okamžikovými kontrolními podněty, „ Mc_1 “ označuje mar-

kovský stochastický model se spojitým časem a intervalovými kontrolními podněty. Obecně platí, že modely podnětové posloupnosti s diskretním časem se hodí spíše pro popis laboratorních experimentů, modely se spojitým časem spíše vystihují reálné situace. Po matematické stránce jsou pohodlnější modely s diskretním časem a s okamžikovými kontrolními podněty. Prakticky důležitým situacím jsou bližší spíše stochastické než deterministické modely.



Obr. 2

Časový průběh podnětu je schematicky znázorněn na obr. 2, a to pro obecné modely „ gd_0 “, „ gd_1 “, „ gc_1 “ a „ gc_0 “. — Modely s diskretním časem popisují stav podnětu výhradně v okamžicích $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$. V každém z těchto okamžiků je

exponován podnět — kontrolní nebo nekontrolní — přičemž u varianty „gd₀“ jde o podnět okamžikový, kdežto u varianty „gd₁“ o podnět intervalový, přetrvávající až do konce odpovídajícího taktu. Okamžiky, ve kterých byl exponován kontrolní podnět, jsou označeny $t_0, t_1, \dots, t_p, \dots$. Kontrolní intervaly jsou polo-uzavřeného typu $\langle t', t'' \rangle$: začínají vždy okamžikem t' expozice prvního kontrolního podnětu po předcházejících podnětech nekontrolních (popř. $t' = 0$) a končí okamžikem t'' expozice prvního následujícího nekontrolního podnětu. Délky kontrolních intervalů označujeme $c_0, c_1, \dots, c_p, \dots$. Nekontrolní intervaly jsou rovněž typu $\langle t', t'' \rangle$: začínají vždy okamžikem t' expozice prvního nekontrolního podnětu po předchozích podnětech kontrolních (popř. $t' = 0$) a končí okamžikem t'' expozice prvního následujícího kontrolního podnětu. Délky nekontrolních intervalů označujeme $w_0, w_1, \dots, w_p, \dots$. Je třeba upozornit na to, že u modelů s diskrétním časem může být během kontrolního intervalu exponováno i více kontrolních podnětů a podobně je tomu u intervalů nekontrolních: proto jsou okamžiky t_p a délky w_p, c_p označeny různými indexy. — Modely se spojitým časem popisují stav podnětu ve všech okamžicích $t \geq 0$. Kontrolní podněty jsou exponovány vždy v okamžiky $t_0, t_1, \dots, t_p, \dots$ a jejich délka je u varianty „gc₁“ kladná. Na rozdíl od modelů s diskrétním časem jsou kontrolní intervaly, jejichž délku označujeme c_0, c_1, c_p, \dots , totožny vždy s dobou trvání jediného kontrolního podnětu. Nekontrolní intervaly o délce $w_0, w_1, \dots, w_p, \dots$ pak vyplňují mezery mezi intervaly kontrolními bez ohledu na to, zda během nich byl exponován jeden nebo více nekontrolních podnětů, zda byly okamžikové nebo intervalové nebo zda během nekontrolních intervalů došlo k úplné absenci jakéhokoliv podnětu. Konkrétně tedy u varianty „gc₁“ platí vždy $c_p > 0$, kontrolní intervaly mají tvar $\langle t_p, t_p + c_p \rangle$ a nekontrolní tvar $\langle t_p + c_p, t_{p+1} \rangle$. U varianty „gc₀“ platí vždy $c_p = 0$ (kontrolní intervaly zdegenerovaly na jediný okamžik t_p) a nekontrolní intervaly mají tvar $\langle t_p, t_{p+1} \rangle$. Protože každý kontrolní interval je tvořen jediným podnětem, jsou okamžiky t_p i délky w_p, c_p označeny na rozdíl od modelů s diskrétním časem stejným indexem. — Předpokládáme, že zmíněné intervaly následují vždy v pořadí

$$w_0, c_0, w_1, c_1, \dots, w_p, c_p, \dots$$

a při $s_0 = 1$ klademe $w_0 = 0$. — Předěšlé poznámky platí analogicky pro všechny deterministické modely i modely stochastické, u nichž však místo malých písmen užíváme velkých: $T_p, T', T'', T''', W_p, C_p, S_t$.

Dále uvádíme přehled konkrétních modelů podnětové posloupnosti, charakterizovaných podle potřeby buď přímo vlastnostmi s_t, S_t nebo nepřímo pomocí okamžiků t_p, T_p nebo nepřímo pomocí délek intervalů w_p, c_p, W_p, C_p .

gd. *Obecný deterministický model podnětové posloupnosti s diskrétním časem* představuje nezidealizovaný popis laboratorních podnětů, jejichž matematická struktura nebyla předem naplánována. Vede k pracné analýze. Tento model je úplně určen soupisem determinovaných okamžiků expozice kontrolních podnětů

$$t_0, t_1, t_2, \dots, t_p, \dots$$

Kontrolní podněty mají ve variantě „gd₀“ délku 0 a ve variantě „gd₁“ délku τ .

Gd. *Obecný stochastický model podnětové posloupnosti s diskrétním časem* vyjadřuje pouhý obecný předpoklad o stochastické povaze podnětů a nemůže vést ke kon-

krétním matematickým výsledkům. Je úplně určen simultánním zákonem rozložení náhodných okamžiků

$$T_0, T_1, T_2, \dots, T_p, \dots,$$

přičemž ve variantě „ Gd_0 “ mají kontrolní podněty délku 0, ve variantě „ Gd_1 “ délku τ .

gc. Obecný deterministický model podnětové posloupnosti se spojitým časem představuje nezidealizovaný popis podnětů proběhlých v reálné situaci. Vede k pracně analýze. Tento model je určen ve variantě „ gc_1 “ soupisem délek

$$w_0, c_0, w_1, c_1, \dots, w_p, c_p, \dots,$$

zatím co u varianty „ gc_0 “ stačí v důsledku $c_p = 0$ soupis intervalů

$$w_0, w_1, w_2, \dots, w_p, \dots$$

Gc. Obecný stochastický model podnětové posloupnosti se spojitým časem má podobné vlastnosti jako model „ Gd “. Je ve variantě „ Gc_1 “ určen simultánním zákonem rozložení náhodných délek

$$W_0, C_0, W_1, C_1, \dots, W_p, C_p, \dots,$$

zatím co u varianty „ Gc_0 “ stačí v důsledku $C_p = 0$ zákon rozložení

$$W_0, W_1, W_2, \dots, W_p, \dots$$

pd. Periodický deterministický model podnětové posloupnosti s diskrétním časem idealizuje laboratorní experimenty tak, že předpokládá rytmický výskyt kontrolních podnětů. Takových posloupností ovšem nelze experimentálně použít, protože by zkoumané osoby zautomatizovaly své reakce v souhlasu s rytmem podnětů. Pro výhodné formální vlastnosti však tohoto modelu užíváme k matematické analýze, čímž dostáváme jednoduché výsledky při nepatrném zkresení skutečnosti. Tento model je úplně určen společnou délkou nekontrolních intervalů ω , která ovšem musí být přirozeným násobkem délky taktu τ . Potom klademe

$$t_g = g(\tau + \omega) \quad \text{pro} \quad g = 0, 1, 2, \dots$$

a má tedy celý proces periodu $\tau + \omega$. U varianty „ pd_0 “ trvá podnět po dobu 0 (je to matematicky nejjednodušší model vůbeo), u varianty „ pd_1 “ trvá podnět po dobu τ .

pc. Periodický deterministický model podnětové posloupnosti se spojitým časem má stejné vlastnosti jako model předešlý a je určen společnou délkou nekontrolních intervalů ω a společnou délkou kontrolních podnětů γ . Klademe

$$t_p = p(\gamma + \omega) \quad \text{pro} \quad p = 0, 1, 2, \dots$$

a má tedy proces periodu $\gamma + \omega$. Pro variantu „ pc_0 “ popř. „ pc_1 “ musí být $\gamma = 0$ popř. $\gamma > 0$.

qd. Kvasiperiodický deterministický model podnětové posloupnosti s diskrétním časem porušuje záměrně pravidelný rytmus podnětů v modelu „ pd “, vyjadřuje tak skutečné laboratorní experimenty užité při výzkumu aktivní optické a akustické pozornosti (V. Chmelař, P. Osecký, 1971) a vede ovšem k obtížnější matematické analýze. Tento model je úplně určen střední délkou všech nekontrolních

intervalů ω , které ovšem musí být přirozeným násobkem délky τ , a soupisem determinovaných poruch

$$e_0, e_1, e_2, \dots, e_g, \dots,$$

nabývajících každá nezávisle na ostatních hodnot

$$e_g = 0, \tau, 2\tau, \dots, \omega.$$

Pak klademe

$$t_g = g(\tau + \omega) + e_g \quad \text{pro} \quad g = 0, 1, 2, \dots$$

U varianty „ qd_0 “ pracujeme s kontrolními podněty délky 0, u varianty „ qd_1 “ s délkou τ .

Qd. Kvasiperiodický stochastický model podnětové posloupnosti s diskrétním časem hraje podobnou úlohu jako předešlý model „ qd “, vede však k poněkud snadnějšímu matematickému rozboru. Liší se od tohoto modelu jen tím, že záměrně zaváděné poruchy

$$E_0, E_1, E_2, \dots, E_g, \dots,$$

jsou nyní stochasticky nezávislými náhodnými veličinami, nabývajícemi každé ze svých hodnot

$$0, \tau, 2\tau, \dots, \omega$$

se stejnou pravděpodobností $\tau/(\tau + \omega)$. Tento model je úplně určen střední délkou všech nekontrolních intervalů ω , které ovšem musí být přirozeným násobkem délky taktu τ . Klademe pak

$$T_g = g(\tau + \omega) + E_g \quad \text{pro} \quad g = 0, 1, 2, \dots$$

U varianty „ Qd_0 “ užíváme kontrolních podnětů délky 0, u varianty „ Qd_1 “ délky τ .

qc. Kvasiperiodický deterministický model podnětové posloupnosti se spojitým časem má podobné vlastnosti jako model „ qd “ a je určen střední délkou nekontrolních intervalů ω , společnou délkou kontrolních podnětů γ a soupisem záměrných poruch

$$e_0, e_1, e_2, \dots, e_p, \dots,$$

jejichž přípustné hodnoty však nyní jsou omezeny vztahem

$$0 \leq e_p < \omega.$$

Klademe

$$t_p = p(\gamma + \omega) + e_p \quad \text{pro} \quad p = 0, 1, 2, \dots,$$

přičemž u varianty „ qc_0 “ je $\gamma = 0$ a u „ qc_1 “ $\gamma > 0$.

Qc. Kvasiperiodický stochastický model podnětové posloupnosti se spojitým časem hraje podobnou úlohu jako předešlý model „ qc “, vede však k poněkud snadnějšímu matematickému rozboru. Liší se od něho jen tím, že záměrně zaváděné poruchy

$$E_0, E_1, E_2, \dots, E_p, \dots$$

jsou nyní stochasticky nezávislé náhodné veličiny s rovnoměrným rozložením v intervalu $\langle 0, \omega \rangle$. Je zcela určen střední délkou nekontrolních intervalů ω a společnou délkou kontrolních podnětů γ . Potom klademe

$$T_p = p(\gamma + \omega) + E_p \quad \text{pro} \quad p = 0, 1, 2, \dots,$$

přičemž u varianty „ Qc_0 “ je $\gamma = 0$ a u „ Qc_1 “ $\gamma > 0$.

Id. Stochastický model nezávislých podnětů s diskrétním časem je pro laboratorní experimenty snad nejvhodnější, protože se dobře přibližuje reálným situacím a vede k jednoduchému matematickému zpracování. Je určen jediným parametrem σ , totiž pravděpodobností kontrolního podnětu σ . Stavů podnětu

$$S_0, S_\tau, S_{2\tau}, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, nabývající s pravděpodobností σ hodnoty 1 a s pravděpodobností $1 - \sigma$ hodnoty 0. Přitom u varianty „ Id_0 “ je vždy $C_p = 0$, u varianty „ Id_1 “ vždy $C_p = \tau$.

Md. Markovský model podnětové posloupnosti s diskrétním časem se ve srovnání s modelem „ Id “ poněkud více přibližuje reálným situacím, protože je schopen postihnout případnou tendenci kontrolních podnětů shlukovat se v navazující sérii nebo naopak vyhybat se sériovému výskytu. Model je dán jako stacionární náhodný proces, při němž náhodné délky nekontrolních a kontrolních intervalů

$$W_0, C_0, W_1, C_1, \dots, W_p, C_p, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé. Náhodná veličina W_p má pro všechna $p = 0, 1, 2, \dots$ (s případnou výjimkou $W_0 = 0$) modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou ω a pravděpodobnostní funkcí

$$P(W_p = w) = (1 - \tau/\omega)^{w/\tau-1} \tau/\omega \quad \text{pro} \quad w = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$$

Podobně C_p má pro všechna $p = 0, 1, 2, \dots$ rovněž modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou γ a pravděpodobnostní funkcí

$$P(C_p = c) = (1 - \tau/\gamma)^{c/\tau-1} \tau/\gamma \quad \text{pro} \quad c = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$$

Popisovaný model podnětové posloupnosti je tedy úplně určen středními hodnotami $\omega > \tau, \gamma > \tau$. Délka podnětů u modelu „ Md_0 “ je 0, u modelu „ Md_1 “ pak τ . Z uvedených předpokladů vyplývají tyto závěry:

1. $\{S_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\}$ je stacionární markovský proces s diskrétním časem. Pravděpodobnost kontrolního stavu je pro každé $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$ rovna

$$P(S_t = 1) = \sigma = \gamma/(\omega + \gamma)$$

a pravděpodobnost přechodu z nekontrolního do kontrolního stavu za jeden takt je dána pro každé t vzorcem

$$P(S_{t+\tau} = 1 \mid S_t = 0) = \varphi(\tau) = \varphi = \tau/\omega,$$

zatím co pravděpodobnost zpětného přechodu

$$P(S_{t+\tau} = 0 \mid S_t = 1) = \psi(\tau) = \psi = \tau/\gamma.$$

2. Výraz

$$\vartheta = 1 - \tau/\omega - \tau/\gamma,$$

nabývající hodnot v intervalu $(-1; 1)$ nazveme koeficientem podnětové setrvačnosti. Pomocí něho lze vypočítat pravděpodobnosti přechodu za dobu z (která

ovšem musí být přirozeným násobkem τ) užitím následujících vzorců, platných pro každé $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$:

$$P(S_{t+\tau} = 1 \mid S_t = 0) = \varphi(z) = \sigma(1 - \vartheta^{z/\tau}),$$

$$P(S_{t+\tau} = 0 \mid S_t = 1) = \psi(z) = (1 - \sigma)(1 - \vartheta^{z/\tau}).$$

Speciálně pro $z = \tau$ platí

$$\varphi = \sigma(1 - \vartheta) = \tau/\omega,$$

$$\psi = (1 - \sigma)(1 - \vartheta) = \tau/\gamma.$$

3. Pro $z = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ platí

$$\sigma = \varphi(z)/[\varphi(z) + \psi(z)],$$

$$\vartheta^{z/\tau} = 1 - \varphi(z) - \psi(z)$$

a speciálně pro $z = \tau$

$$\sigma = \varphi/(\varphi + \psi),$$

$$\vartheta = 1 - \varphi - \psi.$$

4. Pro $\psi = 1 - \varphi$, tj. $\gamma = \omega\tau/(\omega - \tau)$ popř. $\omega = \gamma\tau/(\gamma - \tau)$, je náhodný proces $\{S_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\}$ posloupností nezávislých pokusů a model „ Md “ přechází v „ Id “, který tak může být zadán jediným parametrem ω popř. γ .

M_{C_1} . Markovský model podnětové posloupnosti s intervalovými kontrolními podněty a spojitým časem je vhodný k napodobení reálných situací, v nichž nás zajímá, zda kontrolní podnět náhodné délky bude zkoumanou osobou zaregistrován. Podobně jako v předchozím případě „ Md “ je i model „ M_{C_1} “ dán jako stacionární náhodný proces, při němž náhodné délky nekontrolních a kontrolních intervalů

$$W_0, C_0, W_1, C_1, \dots, W_p, C_p, \dots,$$

jsou stochasticky nezávislé. Náhodná veličina W_p má pro všechna $p = 0, 1, 2, \dots$ (s případnou výjimkou $W_0 = 0$) exponenciální rozložení se střední hodnotou ω a hustotou pravděpodobnosti

$$[P(W_p \leq w)]' = \begin{cases} (1/\omega) e^{-w/\omega} & \text{pro } w \geq 0, \\ 0 & \text{pro } w < 0. \end{cases}$$

Podobně C_p má pro všechna $p = 0, 1, 2, \dots$ exponenciální rozložení se střední hodnotou γ a hustotou pravděpodobnosti

$$[P(C_p \leq c)]' = \begin{cases} (1/\gamma) e^{-c/\gamma} & \text{pro } c \geq 0, \\ 0 & \text{pro } c < 0. \end{cases}$$

(Symbol $[]'$ znamená derivaci podle w popř. c a číslo e je základ přirozených logaritmů.) Popisovaný model je tedy úplně určen středními hodnotami $\omega > 0, \gamma > 0$. Z uvedených předpokladů vyplývají tyto závěry:

1. $\{S_t \mid t \geq 0\}$ je stacionární markovský proces se spojitým časem. Pravděpodobnost kontrolního stavu je pro každé $t > 0$ rovna

$$P(S_t = 1) = \sigma = \gamma/(\omega + \gamma)$$

a pravděpodobnosti přechodu za dobu $z > 0$ jsou dány asymptotickými vzorci

$$P(S_{t+z} = 1 | S_t = 0) = \varphi(z) = z/\omega + o(z),$$

$$P(S_{t+z} = 0 | S_t = 1) = \psi(z) = z/\gamma + o(z),$$

kde symbol $o(z)$ znamená chybu zanedbatelnou ve srovnání s malým z , tj. $o(z)/z \rightarrow 0$ při $z \rightarrow 0+$.

2. Výraz

$$\vartheta = e^{-\tau/\omega - \tau/\gamma}$$

nabývající hodnot v intervalu $(0; 1)$ nazvěme koeficientem podnětové setrvačnosti. (Všimněme si, že zde zavádíme délku taktu τ , která ve skutečnosti u modelů se spojitým časem nehraje žádnou roli. Výhodou tohoto postupu je, že některé vzorce vycházejí u modelů „ Md “ i „ Mc_1 “ formálně shodně. Můžeme dále ve stejné reálné situaci srovnávat užití diskrétního a spojitého času. Není-li délka taktu dána, volíme τ rovno časové jednotce.) Pomocí koeficientu ϑ vypočteme pravděpodobnosti přechodu $\varphi(z)$, $\psi(z)$ za dobu $z > 0$, platné pro jakékoliv $t \geq 0$. Jsou formálně totožné se vzorci, uvedenými u modelu „ Md “.

3. Při $z > 0$ platí vzorce pro σ a $\vartheta^{z/\tau}$, formálně totožné s odpovídajícími vzorci u modelu „ Md “.

Mc₀. Markovský model podnětové posloupnosti s okamžikovými podněty a spojitým časem představuje při užití spojitého času matematicky nejjednodušší stochastický model podnětové posloupnosti. Protože nyní $C_0 = C_1 = \dots = C_p = \dots = 0$, vymezíme tento model jako stacionární náhodný proces, při němž délky nekontrolovaných intervalů

$$W_0, W_1, \dots, W_p, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, každá se střední hodnotou ω a exponenciálním rozložením o hustotě pravděpodobnosti

$$\begin{aligned} [P(W_p \leq w)]' &= (1/\omega) e^{-w/\omega} && \text{pro } w \geq 0, \\ &= 0 && \text{pro } w < 0. \end{aligned}$$

Střední délkou $\omega > 0$ je tento model úplně určen.

Sd. Semimarkovský model podnětové posloupnosti s diskrétním časem může sloužit k velmi podrobnému napodobení reálných situací. Od modelu „ Md “ se liší jen tím, že pravděpodobnosti funkce $P(W_p = w)$ a $P(C_p = c)$ nemusí odpovídat geometrickému zákonu.

Sc. Semimarkovský model podnětové posloupnosti se spojitým časem může napodobit reálné situace ještě podrobněji než „ Sd “. Od modelů „ Md “ se semimarkovský model liší jen tím, že hustoty pravděpodobnosti $[P(W_p \leq w)]'$ a $[P(C_p \leq c)]'$ nemusí odpovídat exponenciálnímu zákonu.

6. Modely aktivní pozornosti

Deterministickým modelem průběhu aktivní pozornosti nazýváme deterministický proces

$$\{d_t | t = 0, \tau, 2\tau, \dots\} \quad \text{popř.} \quad \{d_t | t \geq 0\},$$

kdežto stochastickým modelem tohoto průběhu náhodný proces

$$\{D_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\} \quad \text{popř.} \quad \{D_t \mid t \geq 0\},$$

kde výrazy d_t i D_t nabývají pouze hodnot 0 a 1. Přitom $d_t = 0$ popř. $D_t = 0$ vyjadřuje vždy příkloněný stav aktivní pozornosti („nepřítomnost deviace“ — odtud označení) a $d_t = 1$ popř. $D_t = 1$ odkloněný stav („přítomnost deviace“).

Charakteristickým rysem zde uváděných modelů je, že popisují průběh aktivní pozornosti u jednotlivce, nikoliv u celého souboru. Parametry ξ , η , kterými bude zkoumaný proces určován, charakterizují při dané kvalitě a intenzitě podnětů průběh pozornosti u určitého jednotlivce: jsou to tedy parametry osobní. (Z hlediska modelů aktivní pozornosti má obvyklý požadavek homogenity zkoumaných souborů nepatrnou důležitost. Je to podobná situace jako u individuálně zaměřených Raschových modelů pro výkonové testy, lišících se stejným způsobem od skupinově zaměřených tradičních psychometrických metod.) — V textu je uveden větší počet modelů průběhu aktivní pozornosti. Čtenáři, který hledá obecnou informaci, doporučujeme modely „ Md “, „ Mc “ a „ pc “. Podrobnější třídění a kódování zaváděných modelů se řídí těmito hledisky:

1. Na prvním místě kódu bude uvedeno malé popř. velké písmeno podle toho, zda jde o model deterministický nebo stochastický. Např.

g = deterministický model,

G = stochastický model.

2. Konkrétní písmeno na prvním místě udává bližší specifikace modelu takto:

g , G = obecný model,

p , P = periodický model,

I = model nezávislých stavů aktivní pozornosti,

M = markovský model,

S = semimarkovský model.

3. Na druhém místě kódu je uvedeno malé písmeno, specifikující způsob, jakými v modelu plyne čas:

d = model s diskretním časem,

c = model se spojitým časem.

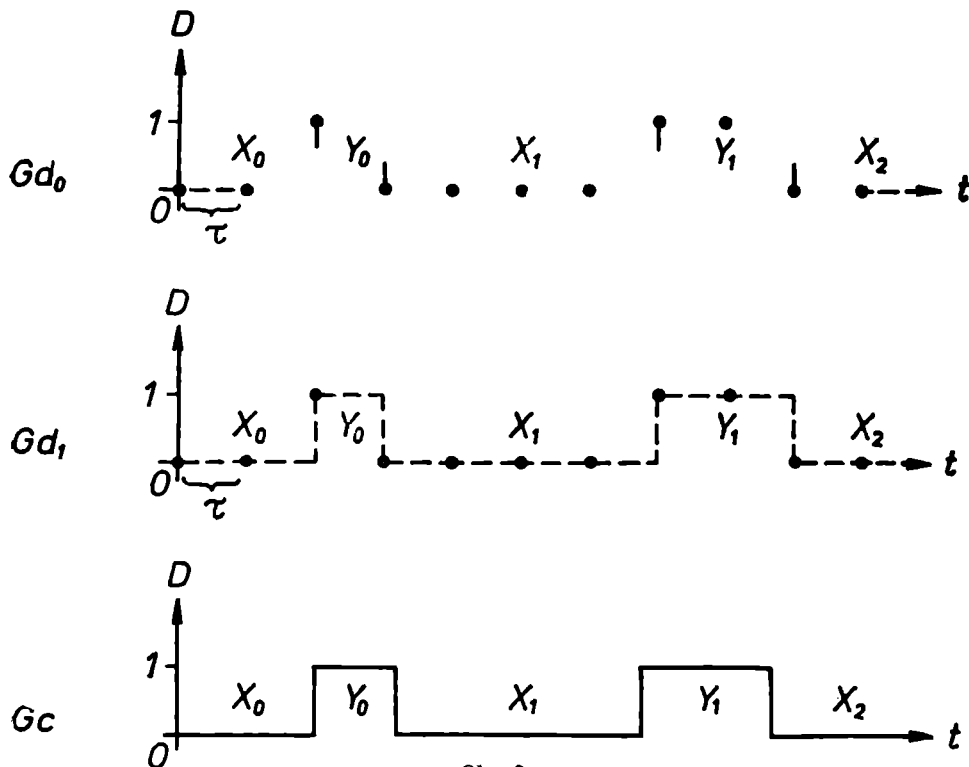
Podle potřeby opatříme symbol d ještě indexem 0, jestliže kontrolní stav pozornosti, zjištěný v okamžiku diskretního času, reprezentuje jenom tento okamžik samotný, a indexem 1, jestliže reprezentuje kontrolní stav i v celém taktu:

d_0 = model reprezentující příkloněný stav v jediném okamžiku,

d_1 = model reprezentující příkloněný stav v celém taktu.

Matematický model aktivní pozornosti kódujeme na základě předešlého výkladu dvojicí písmen. Podle našeho názoru je možno průběh aktivní pozornosti nejvhodněji vystihnout jako stacionární markovský proces, tedy pomocí modelů „ Mc “ nebo „ Md “, které budou zavedeny v tomto odstavci. K této hypotéze vedly tři neměnné vlastnosti aktivní pozornosti, které byly popsány v odst. 2: arytmiické střídání chyb, absence průkazných časových trendů v jejich výskytu a exponenciální popř. geometrický charakter rozložení délek intervalů bezchybné činnosti. Všechny tyto skutečnosti jsou sice projevem markovských modelů, nelze však apriori vyloučit, že by se aspoň v přibližné formě nemohly projevit u jiných konkurenčních modelů. Abychom tedy umožnili srovnání, formalizovali jsme některé námítky uvedené v odst. 3 a sestavili několik nemarkovských modelů, zvláště

periodických. Dosavadní pokusy se simulací průběhu aktivní pozornosti podle periodického modelu „pc“ vedou k takovému rozložení délek intervalů bezchybné činnosti, které se ve svých podprůměrných hodnotách dost výrazně liší od experimentálního. Zdá se tedy doposud, že periodické modely nevystihují adekvátně zákonitost průběhu aktivní optické pozornosti. — Modely průběhu aktivní pozornosti s diskretním časem vedou k jednoduššímu matematickému rozboru, zatím co modely se spojitým časem jsou výstižnější. Při užívání diskretního času je na překážku skutečnost, že prakticky užívané délky taktu $\tau = 1$ sec popř. $\tau = 0,5$ sec jsou ještě příliš dlouhé na to, aby mohly přesněji vyjádřit délky intervalů nepřetržitého odklonu. Přitom z experimentálních důvodů nelze takty dále zkracovat.



Obr. 3

Časový průběh aktivní pozornosti je schematicky znázorněn na obr. 3, a to pro obecné modely „ Gd_0 “, „ Gd_1 “ a „ Gc “. — Modely s diskretním časem popisují stav podnětu výhradně v okamžicích $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$. V každém z těchto okamžiků je zjišťován určitý stav aktivní pozornosti — příkloněný nebo odkloněný — přičemž u varianty „ Gd_0 “ se zjištěný stav vztahuje jenom k tomuto samotnému okamžiku, kdežto u varianty „ Gd_1 “ zjištěná hodnota reprezentuje stav aktivní pozornosti v celém odpovídajícím taktu. Intervaly nepřetržitého příklonu aktivní pozornosti jsou polouzavřeného typu $\langle T', T'' \rangle$: začínají vždy okamžikem T' , ve kterém se aktivní pozornost poprvé ocitla v příkloněném stavu po předcházejících stavech odkloněných (popř. $T' = 0$) a končí okamžikem T'' výskytu prvního ná-

sledujícího odkloněného stavu. Délky intervalů nepřetržitého příklonu označujeme $X_0, X_1, \dots, X_q, \dots$. Intervaly nepřetržitého odklonu aktivní pozornosti jsou rovněž typu $\langle T'', T'' \rangle$: začínají vždy okamžikem T'' , ve kterém se aktivní pozornost poprvé octla v odkloněném stavu po předchozích stavech příkloněných (popř. $T'' = 0$) a končí okamžikem T'' výskytu prvního následujícího příkloněného stavu. Délky intervalu nepřetržitého odklonu označujeme $Y_0, Y_1, \dots, Y_q, \dots$ — Modely se spojeným časem popisují stav aktivní pozornosti ve všech okamžicích $t \geq 0$. Definice intervalů nepřetržitě příkloněné popř. odkloněné aktivní pozornosti i jejich označení jsou stejné jako u modelů s časem diskrétním. — Předpokládáme, že zmíněné intervaly jdou vždy v pořadí

$$X_0, Y_0, X_1, Y_1, \dots, X_q, Y_q, \dots$$

a při $D_0 = 1$ klademe $X_0 = 0$. — Předěslé poznámky platí analogicky pro všechny stochastické modely i modely deterministické, u nichž však místo velkých písmen užíváme malých: $t', t'', t''', x_q, y_q, d_t$.

Gd popř. Gc. Obecný stochastický model aktivní pozornosti s diskrétním popř. spojitým časem vyjadřuje pouhý obecný předpoklad o stochastické povaze průběhu aktivní pozornosti a nemůže vést ke konkrétním matematickým výsledkům. Je úplně určen simultánním zákonem rozložení náhodných délek

$$X_0, Y_0, X_1, Y_1, \dots, X_q, \dots,$$

kteřé ovšem při diskrétním čase mohou nabývat jediné hodnot $\tau, 2\tau, 3\tau, \dots$, zatím co při spojitém čase všech hodnot z intervalu $\langle 0, \infty \rangle$.

pd popř. pc. Periodický deterministický model aktivní pozornosti s diskrétním popř. spojitým časem vyjadřuje v nekompromisní formě názor o periodickém průběhu aktivní pozornosti, jak byl popsán v odst. 3, a představuje konkurenční model k markovským modelům, které na základě dosavadního výzkumu autoři považují za adekvátnější. — Oba modely jsou úplně určeny konstantními délkami intervalů nepřetržitého příklonu popř. odklonu ξ, η a hodnotou z , specifikující okamžik, ve kterém jsme průběh aktivní pozornosti začali pozorovat. U modelu „pd“ musí být ξ, η přirozeným násobkem délky taktu τ a z musí být rovno jedné z hodnot $0, \tau, 2\tau, \dots, \xi + \eta - \tau$. U modelu „pc“ platí pouze omezení $\xi > 0, \eta > 0, 0 \leq z < \xi + \eta$ bez ohledu na délku taktu. U obou modelů klademe

$x_0 = \xi - z$	pro	$z < \xi,$
$= 0$	pro	$z \geq \xi,$
$y_0 = \eta$	pro	$z < \xi,$
$= \xi + \eta - z$	pro	$z \geq \xi,$
$x_g = \xi$	pro	$q = 1, 2, 3, \dots,$
$y_q = \eta$	pro	$q = 1, 2, 3, \dots$

Střídají se tedy u popisovaných modelů přísně deterministicky intervaly nepřetržitého příklonu o konstantní délce ξ s intervaly nepřetržitého odklonu délky η .

Pd. Periodický stochastický model aktivní pozornosti s diskrétním časem vyjadřuje kompromisnější formulaci názoru o periodickém průběhu aktivní pozornosti. Kdyby zastánci periodického průběhu aktivní pozornosti chtěli v jeho modelu připustit nějaké náhodné složky, mohli by tak učinit mnoha způsoby. Nejpřirozenější z nich spočívá v tom, že sice zachováme přísně deterministický průběh period

$\eta + \xi$ jako v modelech „pd“ a „pc“, avšak intervaly nepřetržitého odklonu už nebudou mít konstantní délku η , nýbrž budou to náhodné proměnné Y_q , pro něž η bude pouze střední hodnotou. Kromě toho budeme i okamžik, ve který jsme průběh aktivní pozornosti začali pozorovat, považovat za náhodný. Model „Pd“ je úplně určen středními délkami intervalů nepřetržitého příklonu popř. odklonu ξ, η , které jsou přirozenými násobky délky taktu τ .

Předpokládejme, že náhodné veličiny

$$Z, Y'_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_q, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé, přičemž Z nabývá každé ze svých hodnot $0, \tau, 2\tau, \dots, \dots, \xi + \eta - \tau$ se stejnou pravděpodobností $\tau/(\xi + \eta)$, kdežto ostatní náhodné veličiny nesmějí nabýt jiných hodnot než $\tau, 2\tau, \dots, \eta + \xi - \tau$, přičemž se však všechny řídí tímž diskrétním zákonem rozložení se střední hodnotou η . Ten je možno zvolit v mezích uvedených podmínek libovolně (a podle toho lze případně symbol „P“ v kódu studovaného modelu opatřit různými indexy).

Pak klademe

$$\begin{array}{llll} X_0 = \xi - Z & \text{pro} & Z < \xi, \\ = 0 & \text{pro} & Z \geq \xi, \\ Y_0 = Y'_0 & \text{pro} & Z < \xi, \\ = \xi + Y'_0 - Z & \text{pro} & Z \geq \xi, \\ X_q = \eta + \xi - Y_{q-1} & \text{pro} & q = 1, 2, 3, \dots, \\ Y_q = Y_q & \text{pro} & q = 1, 2, 3, \dots \end{array}$$

Některé možnosti volby zákona rozložení pro $Y'_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_q, \dots$: Při klasickém rozložení nabývají tyto náhodné veličiny každé ze svých možných hodnot $\tau, 2\tau, \dots, \eta + \xi - \tau$ s touž pravděpodobností $\tau/(\eta + \xi - \tau)$. Je možno též volit useknuté modifikované geometrické rozložení apod.

Pc. Periodický stochastický model aktivní pozornosti se spojitým časem je kompromisnější formulací názoru o periodickém průběhu aktivní pozornosti. Model „Pc“ je výstižnější avšak matematicky obtížnější než předešlý model „Pd“ a liší se od něho jen tím, že parametry $\xi > 0, \eta > 0$, jimiž je úplně určen, nemusejí být přirozenými násobky délky taktu a že stochasticky nezávislé náhodné veličiny

$$Z, Y'_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_q, \dots,$$

tentokrát nesmějí nabývat hodnot mimo interval $\langle 0, \xi + \eta \rangle$. Přitom náhodná veličina Z musí mít rovnoměrné rozložení s hustotou pravděpodobnosti

$$\begin{array}{lll} [P(Z \leq z)]' = 1/(\xi + \eta) & \text{pro} & 0 < z < \xi + \eta, \\ = 0 & \text{jinak} & \end{array}$$

a ostatní náhodné veličiny se všechny musí řídit tímž spojitým zákonem rozložení se střední hodnotou η , který je možno v mezích uvedených podmínek zvolit libovolně (a oindexovat podle toho případně první symbol kódu). Vzorce pro X_q, Y_q , jsou pro $q = 0, 1, 2, \dots$ uvedeny u předešlého modelu „Pd“. — Některé možnosti volby zákona rozložení pro Y'_0, Y_1, Y_2, \dots : rovnoměrné rozložení v intervalu $\langle 0, 2\eta \rangle$, je-li $\eta < \xi$, useknuté exponenciální rozložení v intervalu $\langle 0, \eta + \xi \rangle$ apod.

Id. Stochastický model nezávislých stavů aktivní pozornosti s diskrétním časem považuje průběh aktivní pozornosti na posloupnost nezávislých náhodných pokusů, při které stavy pozornosti

$$D_0, D_\tau, D_{2\tau}, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny s touž pravděpodobností odkloněného stavu δ ve všech okamžicích $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$ Tento model je parametrem δ úplně určen a není schopen — na rozdíl od následujících modelů markovských — vyjádřit navíc ještě větší nebo menší pohyblivost střídání příkloněných a odkloněných stavů. Jinak odpovídá empiricky zjištěným neměnným vlastnostem průběhu aktivní pozornosti, popsaným v odst. 2.

Md. Markovský model aktivní pozornosti s diskrétním časem podle našeho mínění velmi dobře vystihuje průběh aktivní pozornosti, protože odpovídá empirickým výsledkům popsaným v odst. 2. Na rozdíl od jednoduššího modelu „*Id*“ je schopen vyjádřit i větší nebo menší pohyblivost procesu, při kterém se střídají intervaly nepřetržitého příklonu a odklonu aktivní pozornosti — jinými slovy: i u dvou osob se stejnou četností chyb dovede rozlišit větší nebo menší tendenci k vytváření pozornostních bloků, tj. dlouhých intervalů nepřetržitého odklonu. Ve srovnání s modelem „*Mc*“ je markovský model s diskrétním časem sice matematicky pohodlnější, avšak méně výstižný, poněvadž skutečný průběh aktivní pozornosti se děje ve spojitém čase — a zavádění diskrétního času pomocí taktů je, když ne zkrslující, tedy aspoň umělá procedura. — Popisovaný model „*Md*“ tedy považuje průběh aktivní pozornosti za stacionární náhodný proces s diskrétním časem, při němž náhodné délky intervalů nepřetržitého příklonu i odklonu

$$X_0, Y_0, X_1, Y_1, \dots, X_q, Y_q, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé. Kromě toho náhodná veličina X_q má pro $q = 0, 1, 2, \dots$ (s případnou výjimkou $X_0 = 0$) modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou ξ a pravděpodobnostní funkcí

$$P(X_q = x) = (1 - \tau/\xi)^{x/\tau-1} \tau/\xi \quad \text{pro} \quad x = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$$

Náhodná veličina Y_q má pro $q = 0, 1, 2, \dots$ rovněž modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou η a pravděpodobnostní funkcí

$$P(Y_q = y) = (1 - \tau/\eta)^{y/\tau-1} \tau/\eta \quad \text{pro} \quad y = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$$

Model „*Md*“ je úplně určen parametry $\xi > \tau, \eta > \tau$. — Z uvedených předpokladů plynou tyto důsledky, matematicky totožné se vztahy uvedenými u stejnojmenného modelu podnětové posloupnosti:

1. Náhodný proces $\{D_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\}$ je stacionárním markovským procesem s diskrétním časem, při kterém pravděpodobnost odkloněného stavu je v každém okamžiku $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$ rovna

$$P(D_t = 1) = \delta = \eta/(\xi + \eta)$$

a pravděpodobnosti přechodu za jeden krok τ jsou dány vzorci

$$P(D_{t+\tau} = 1 \mid D_t = 0) = \alpha(\tau) = \alpha = \tau/\xi,$$

$$P(D_{t+\tau} = 0 \mid D_t = 1) = \beta(\tau) = \beta = \tau/\eta,$$

a to nezávisle na okamžiku $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$. Všimněme si psychologické interpretace těchto parametrů: α znamená pravděpodobnost odklánění a β pravděpodobnost opětného přiklánění aktivní pozornosti za jeden takt τ .

2. Z daných parametrů $\xi > \tau, \eta > \tau$ lze vypočíst hodnoty

$$\begin{aligned}\delta &= \eta/(\xi + \eta), \\ \Theta &= 1 - \tau/\xi - \tau/\eta,\end{aligned}$$

z nichž první je pravděpodobností výskytu odkloněného stavu v předem daný okamžik a druhou nazveme koeficientem pozornostní setrvačnosti z těchto důvodů: Představme si první osobu se středními délkami intervalů nepřetržitého příklonu resp. odklonu ξ_1, η_1 , a druhou osobu, která má obojí tyto intervaly co do střední hodnoty dvakrát delší tj. $\xi_2 = 2\xi_1, \eta_2 = 2\eta_1$. Soudíme z toho, že druhá osoba vykazuje větší pozornostní setrvačnost, neboť proces, v němž se střídají delší intervaly je méně pohyblivý než proces střídající intervaly kratší. Skutečně se to také ukáže na koeficientech setrvačnosti, neboť

$$\Theta_2 = 1 - \tau/\xi_2 - \tau/\eta_2 = 1 - \tau/(2\xi_1) - \tau/(2\eta_1) > 1 - \tau/\xi_1 - \tau/\eta_1 = \Theta_1.$$

Přitom však pravděpodobnosti odklonu jsou u obou osob stejné, neboť

$$\delta_2 = \eta_2/(\xi_2 + \eta_2) = 2\eta_1/(2\xi_1 + 2\eta_1) = \eta_1/(\xi_1 + \eta_1) = \delta_1.$$

Ačkoliv tedy aktivní pozornost u obou osob se ocitá v odkloněném stavu se stejnou pravděpodobností, liší se druhá osoba od první větší tendencí setrvávat v momentálním stavu pozornosti. Koeficient pozornostní setrvačnosti Θ nabývá hodnot v intervalu $(-1; 1)$, přičemž $\Theta = 1$ znamená krajně silnou setrvačnost (aktivní pozornost by navždy zůstala v momentálním stavu), $\Theta = 0$ krajně slabou setrvačnost (stavy pozornosti by za sebou následovaly podle schématu nezávislých náhodných pokusů) a vztah $\Theta < 0$ nemá rozumnou psychologickou interpretaci — jen tu, že takty asi mají příliš velkou délku $\tau \approx \eta$, než aby mohly postihnout intervaly nepřetržitého odklonu (záporný koeficient setrvačnosti by znamenal, že aktivní pozornost má tendenci střídát své stavy každým taktom). — Zadáme-li parametry δ, Θ hodnotami v intervalu $(0; 1)$, jsou tím úplně určeny i parametry ξ a η a tím i celý model „*Md*“. Pravděpodobnosti přechodu za dobu $z = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ lze vyjádřit ve tvaru

$$\begin{aligned}P(D_{t+z} = 1 \mid D_t = 0) &= \alpha(z) = \delta(1 - \Theta^{z/\tau}), \\ P(D_{t+z} = 0 \mid D_t = 1) &= \beta(z) = (1 - \delta)(1 - \Theta^{z/\tau})\end{aligned}$$

a to nezávisle na $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$. Speciálně pro $z = \tau$ platí

$$\begin{aligned}\alpha &= \delta(1 - \Theta) = \tau/\xi, \\ \beta &= (1 - \delta)(1 - \Theta) = \tau/\eta.\end{aligned}$$

3. Pro $z = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ platí dále

$$\begin{aligned}\delta &= \alpha(z)/[\alpha(z) + \beta(z)], \\ \Theta^{z/\tau} &= 1 - \alpha(z) - \beta(z),\end{aligned}$$

což jsou vztahy vedoucí později k statistickým odhadům parametrů δ, Θ .

4. Pro $\beta = 1 - \alpha$ tj. $\Theta = 0$ tj. $\eta = \tau\xi/(\xi - \tau)$ tj. $\xi = \tau\eta/(\eta - \tau)$ se markovský proces $\{D_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\}$ stává procesem nezávislých pokusů a model „Md“ přechází v model „Id“: ten pak může být úplně určen také jiným způsobem než bylo dříve uvedeno, totiž zadáním jen jednoho z parametrů ξ, η .

5. Na počátku simulace průběhu aktivní pozornosti je třeba v souhlase s rovnoměrným zákonem rozložení zvolit náhodné číslo Z v intervalu $(0; 1)$. Pak v případě $Z > \delta$ klademe $D_0 = 0$ a X_0 má stejné modifikované geometrické rozložení jako ostatní náhodné veličiny $X_1, X_2, \dots, X_p, \dots$, kdežto v případě $Z \leq \delta$ klademe $D_0 = 1$ a $X_0 = 0$.

Mc. Markovský model aktivní pozornosti se spojitým časem považujeme za nejvýstižnější model průběhu aktivní pozornosti, protože je založen na empiricky zjištěné nepravidelnosti výskytu chyb, na absenci průkazných časových trendů v pozornostním výkonu a na exponenciálním popř. geometrickém zákonu, jímž se řídí rozložení dále intervalů bezchybné činnosti. Kromě toho je tento model schopen vyjádřit větší nebo menší tendenci aktivní pozornosti setrvávat v tom stavu, ve kterém momentálně je. Konečně užití spojitého času odpovídá nepřetržitému charakteru zkoumaného procesu. Popisovaný model „Mc“ považuje průběh aktivní pozornosti za stacionární náhodný proces se spojitým časem, při němž náhodné délky intervalů nepřetržitého příklonu i odklonu

$$X_0, Y_0, X_1, Y_1, \dots, X_q, Y_q, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé. Přitom náhodná veličina X_q má pro $q = 0, 1, 2, \dots$ (s případnou výjimkou $X_0 = 0$) eponenciální rozložení se střední hodnotou ξ a s hustotou pravděpodobnosti

$$[P(X_q \leq x)]' = \begin{cases} (1/\xi) e^{-x/\xi} & \text{pro } x \geq 0, \\ 0 & \text{pro } x < 0. \end{cases}$$

Podobně i náhodná veličina Y_q má pro $q = 0, 1, 2, \dots$ eponenciální rozložení se střední hodnotou η a hustotou pravděpodobnosti

$$[P(Y_q \leq y)]' = \begin{cases} (1/\eta) e^{-y/\eta} & \text{pro } y \geq 0, \\ 0 & \text{pro } y < 0. \end{cases}$$

(Symbol $[]'$ znamená derivaci podle x popř. y , číslo e je základ přirozených logaritmů.) Model „Mc“ je úplně určen parametry $\xi > 0, \eta > 0$. — Z uvedených předpokladů plynou tyto důsledky, matematicky totožné se vztahy uvedenými u stejnojmenného modelu podnětové posloupnosti:

1. Náhodný proces $\{D_t \mid t > 0\}$ je stacionárním markovským procesem se spojitým časem, při kterém pravděpodobnost odkloněného stavu je v každém okamžiku $t \geq 0$ rovna

$$P(D_t = 1) = \delta = \eta/(\xi + \eta),$$

pravděpodobnosti přechodu za dobu $z > 0$ jsou vyjádřeny asymptotickými vzorci

$$P(D_{t+z} = 1 \mid D_t = 0) = \alpha(z) = z/\xi + o(z),$$

$$P(D_{t+z} = 0 \mid D_t = 1) = \beta(z) = z/\eta + o(z),$$

a to nezávisle na okamžiku $t \geq 0$. Výraz $o(z)$ znamená chybu zanedbatelnou ve srovnání s malými hodnotami z , tj. $o(z)/z \rightarrow 0$ při $z \rightarrow 0$. Všimněme si psychologické interpretace převratných hodnot $1/\xi$ a $1/\eta$: první znamená intenzitu odklánění a druhé intenzitu opětného přiklánění aktivní pozornosti, kterou stačí vynásobit délkou krátkého časového intervalu z , abychom přibližně dostali odpovídající pravděpodobnosti přechodu.

2. Z daných parametrů $\xi > 0$, $\eta > 0$ lze vypočítat hodnoty

$$\delta = \eta / (\xi + \eta),$$

$$\Theta = e^{-\tau/\xi - \tau/\eta},$$

z nichž první je pravděpodobností výskytu odkloněného stavu aktivní pozornosti a druhý nazveme ze stejných důvodů jako u předešlého modelu „ Md “ koeficientem pozornosti setrvačnosti: Skutečně při nepohyblivém průběhu bude aktivní pozornost mít tendenci setrvávat ve svém momentálním stavu, intervaly nepřetržitého příklonu i odklonu budou tedy dlouhé a střední hodnoty ξ , η velké. Na základě uvedeného vzorce bude proto velký i koeficient setrvačnosti Θ . Naopak při pohyblivém průběhu aktivní pozornosti budou zmíněné intervaly krátké, hodnoty ξ , η malé a koeficient setrvačnosti Θ rovněž malý. Pravděpodobnost δ tedy charakterizuje celkovou kvalitu aktivní pozornosti, kdežto koeficient Θ nezávisle na tom pohyblivost, s jakou aktivní pozornost střídá své stavy. Koeficient pozornosti setrvačnosti Θ nabývá hodnot v intervalu $(0; 1)$, přičemž $\Theta = 1$ znamená krajně silnou setrvačnost ($\xi \rightarrow \infty$, $\eta \rightarrow \infty$) a $\Theta = 0$ krajně slabou ($\xi \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow 0$). — Zadáme-li parametry δ , Θ hodnotami z intervalu $(0; 1)$, je tím model „ Md “ úplně určen. Pravděpodobnosti přechodu $\alpha(z)$, $\beta(z)$ vypočteme pro $z > 0$ a nezávisle na $t \geq 0$ z odpovídajících vzorců u předešlého modelu „ Md “. (Náš model se spojitým časem vůbec taktů neužívá. Jestliže jsme do definice koeficientu Θ délku taktu přece jen zavedli, je to právě kvůli formální jednotnosti vzorců pro oba modely „ Md “ a „ Mc “. Není-li délka taktu dána, klademe τ rovno časové jednotce. Všimněme si, že výraz $\Theta^{z/\tau}$ na volbě τ nezávisí.)

3. Hodnoty δ , $\Theta^{z/\tau}$ lze pro $z > 0$ vyjádřit pomocí $\alpha(z)$, $\beta(z)$ na základě odpovídajících vzorců u předešlého modelu „ Md “. Poslouží to při hledání statistických odhadů těchto parametrů.

4. Pro krátké taktu τ jsou si hodnoty $\Theta^{z/\tau}$ u „ Md “ a „ Mc “ přibližně rovny a pro $\tau \rightarrow 0$ oba modely splývají.

5. Při simulaci průběhu aktivní pozornosti užijeme podobně jako v předešlém modelu náhodné veličiny Z , rovnoměrně rozložené v intervalu $(0; 1)$. Pak v případě $Z > \delta$ klademe $D_0 = 0$ a X_0 má stejné exponenciální rozložení jako ostatní náhodné veličiny $X_1, X_2, \dots, X_p, \dots$, kdežto v případě $Z \leq \delta$ klademe $D_0 = 1$, $X_0 = 0$.

Sd. popř. Sc. Semimarkovský model aktivní pozornosti s diskrétním popř. spojitým časem se od odpovídajícího modelu markovského „ Md “ popř. „ Mc “ liší jen tím, že náhodné délky intervalů nepřetržitého příklonu popř. odklonu aktivní pozornosti nemusí mít modifikované geometrické popř. exponenciální rozložení. Prozatím se nezdá, že by průběh aktivní pozornosti bylo nutno popisovat těmito složitějšími modely: jsou zde však uvedeny jako hypotéza, která by snad mohla konkurovat s modely markovskými.

7. Interakční modely podnětové posloupnosti a aktivní pozornosti

Interakčním modelem rozumíme dvojici skládající se z jednoho modelu podnětové posloupnosti a z jednoho modelu aktivní pozornosti. Jsou-li oba modely stochastické, předpokládáme navíc, že odpovídající náhodné procesy jsou stochasticky nezávislé. Interakční modely kódujeme tak, že symbol pro model podnětové posloupnosti oddělíme lomítkem od symbolu pro model aktivní pozornosti. V tomto textu nevyšetřujeme všechny interakční modely, nýbrž jen ty, u nichž se prozatím dospělo k nějakým výsledkům: qd_1/pc , pd_0/Md , pd_0/Mc , Md_0/Md_0 , Md_1/Md_1 , gc_1/Mc , qd_1/Mc , qd_0/Mc .

Modely podnětové posloupnosti v odst. 5 napodobují různé laboratorní experimenty a reálné situace, zatím co modely průběhu aktivní pozornosti v odst. 6 vyjadřují hypotézy o tomto procesu jednoznačným a na rozdíl od volných slovních formulací dostatečně kontrolovatelným způsobem. V tom spočívá cena jednotlivých modelů bráných izolovaně. Hlavní smysl zavedených modelů však je obsažen v jejich interakci, tj. ve vzájemném působení jednoho modelu podnětové posloupnosti a jednoho modelu aktivní pozornosti. Matematické studium této interakce pak vede k prakticky důležitým důsledkům výchozích předpokladů. Především je možno vyšetřit vztah mezi nepozorovatelnými intervaly nepřetržitého příklonu popř. odklonu aktivní pozornosti a pozorování přístupnými intervaly bezchybné popř. chybné činnosti. Dále je možno volit při laboratorních experimentech podnětovou posloupnost s vhodnými matematickými vlastnostmi a na základě experimentálně zjištěných chyb získat odhady neznámých parametrů aktivní pozornosti ξ , η , které při dané kvalitě a intenzitě podnětů charakterizují zkoumanou osobu. Jakmile jsou odhady těchto osobních parametrů známy, můžeme pomocí predikčních vzorců předpovědět pravděpodobnost a jiné charakteristiky výskytu chyb při změně frekvence a délky podnětů, popř. při užití jiného, reálnou situaci lépe napodobujícího modelu podnětové posloupnosti. Přitom předpokládáme, že se tyto změny nedotkly osobních parametrů ξ , η . To dosud nebylo experimentálně ověřeno, interakční modely však poskytují metodu k přijetí nebo zamítnutí této hypotézy. Můžeme se domnívat, že tato hypotéza asi nebude platit při přechodu od četných kontrolních podnětů k extrémně řídkým (jak se vyskytují při výzkumu vigilance). I v této situaci by však interakční modely měly smysl, neboť by při pozorovaném zmenšení výskytu chyb dovedly oddělit vnější vliv menší frekvence kontrolních podnětů od vnitřního vlivu změny osobních pozornostních parametrů ξ , η . — Je třeba připomenout, že zmíněné úlohy zdaleka nejsou řešeny u všech možných interakčních modelů. Čtenáři, který hledá obecnou informaci, doporučujeme model pd_0/Md a pd_0/Mc .

Obrázky 7, 6, 1 znázorňují interakci různých kombinovaných modelů podnětové posloupnosti a aktivní pozornosti. Šrafováním jsou vyznačeny chyby a intervaly bezchybné popř. chybné činnosti jsou označeny U_r popř. V_r . Obrázek 7 je charakteristický pro všechny interakční modely s okamžikovými podněty i stavy pozornosti — oboje vyjádřeno v diskrétním čase; obrázek 6 charakterizuje všechny interakční modely s okamžikovými podněty v diskrétním čase a intervalovými stavy pozornosti v čase spojitým; obrázek 1 je typický i pro všechny interakční modely s intervalovými podněty vyjádřenými v diskrétním čase a intervalovými stavy pozornosti ve spojitém čase. Analogicky by bylo možno znázornit ostatní typy modelů.

Ve všech interakčních podnětech vůbec činíme tyto předpoklady:

1. Chyba neboli chybějící reakce (neadekvátní reakce nebereme v úvahu) vzniká, kdykoliv je po celou dobu trvání kontrolního podnětu aktivní pozornost v odkloněném stavu.

2. Interval bezchybné popř. chybné činnosti začínají i končí vždy jen v okamžicích, v nichž se začíná exponovat nějaký kontrolní podnět. Každý interval bezchybné činnosti $\langle T', T'' \rangle$ začíná vždy okamžikem T' expozice prvního kontrolního podnětu s adekvátní reakcí, který následuje po předchozích kontrolních podnětech s reakcí chybějící (popř. po začátku experimentu), a končí okamžikem T'' expozice prvního následujícího podnětu s chybějící reakcí. Podobně každý interval chybné činnosti $\langle T'', T''' \rangle$ začíná vždy okamžikem T'' expozice prvního kontrolního podnětu s chybějící reakcí, který následuje po předchozích kontrolních podnětech s reakcí adekvátní (popř. po začátku experimentu), a končí okamžikem T''' expozice prvního následujícího podnětu s adekvátní reakcí.

Na rozdíl od odstavců 5, 6 připouštíme, že intervaly mohou za sebou následovat v pořadí

$$U_1, V_1, U_2, V_2, \dots, U_r, V_r, \dots,$$

jestliže reakce na počáteční kontrolní podnět byla adekvátní, a v pořadí

$$V_1, U_1, V_2, U_2, \dots, V_r, U_r, \dots,$$

jestliže reakce na počáteční kontrolní podnět chyběla. Zmíněné délky intervalů bezchybné popř. chybné činnosti jsou náhodné veličiny, kdykoliv alespoň jeden z modelů podnětové posloupnosti nebo aktivní pozornosti je stochastický. Jsou-li oba modely deterministické, jsou délky zmíněných intervalů determinované a značíme je malými písmeny u_r, v_r .

Všechny matematické problémy související s interakčními modely nejsou v této práci ani zdaleka vyřešeny. Přece je však možno podat jejich seznam. Pokud to typ interakčního modelu připouští, je třeba:

- vyřešit pravděpodobnostní charakteristiky dvojrozměrných náhodných procesů popisujících simultánně podnět i aktivní pozornost;
- vyřešit rozložení délek bezchybné popř. chybné činnosti;
- porovnat rozložení délek nepřetržitého příklonu popř. odklonu s rozložením délek bezchybné popř. chybné činnosti;
- vyřešit závislost pravděpodobnosti výskytu chyby a rozložení délek bezchybné popř. chybné činnosti na frekvenci a délce kontrolních podnětů a dospět tak k predikčním vzorcům;
- odvodit statistické odhady osobních pozornostních parametrů ξ, η ;
- odvodit intervaly spolehlivosti a statistické testy týkající se těchto parametrů, zvláště pro případ změny frekvence a délky podnětů;
- najít statistické postupy, umožňující rozhodnout mezi alternativními modely průběhu aktivní pozornosti;
- vyvinout techniku simulace.

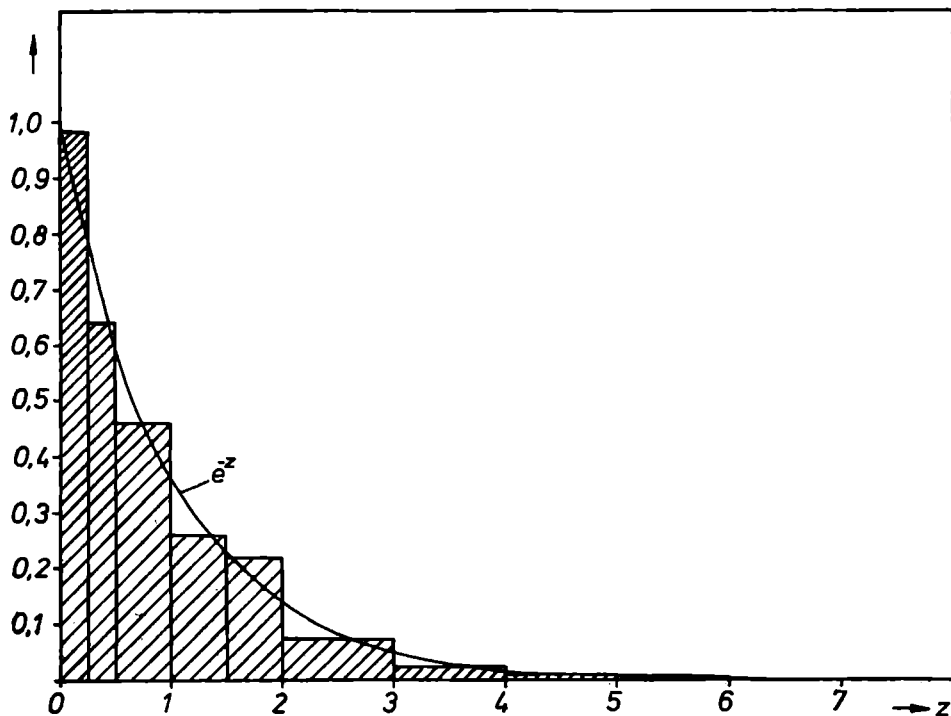
Následují jednotlivé interakční modely:

qd./pc. Model interakce mezi deterministicky kvasiperiodickou posloupností intervalových podnětů v diskrétním čase a deterministicky periodickým průběhem aktivní

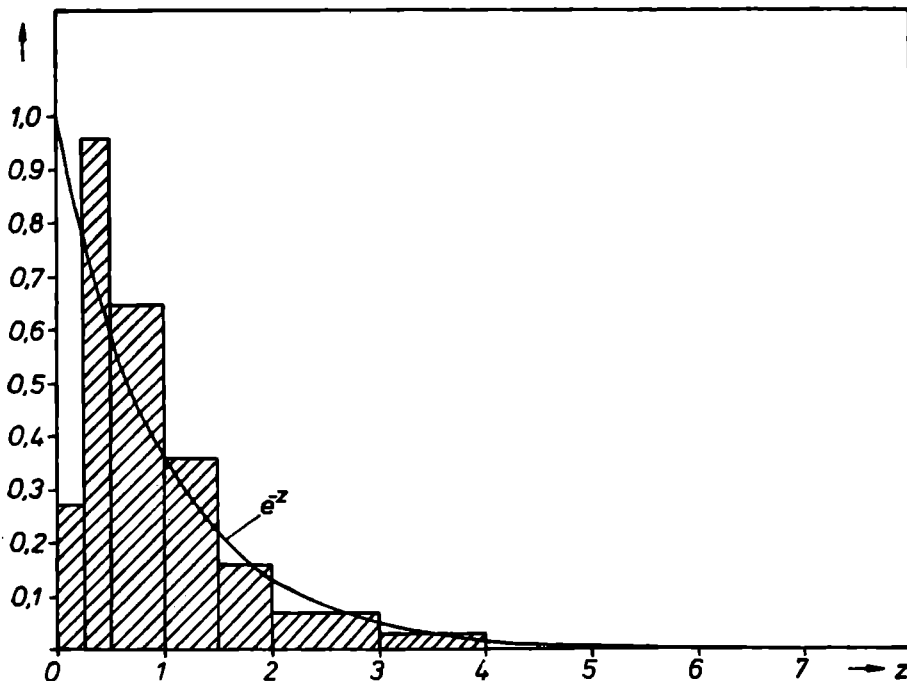
pozornosti ve spojitém čase je příkladem interakčního modelu, který je spíše než teoretickému rozboru přístupný numerické simulaci. Podněťový model „qd₁“ popisuje v nezidealizované formě podněty exponované opticky dvaceti dospělým osobám různého pohlaví a věku (V. Chmelař, P. Osecký 1971). Pozornostní model „pc“ formuluje v nekompromisní formě názor o periodickém průběhu aktivní pozornosti z odst. 3. Budeme-li nyní pomocí těchto modelů dvacetkrát simulovat hodinový průběh aktivní optické pozornosti tak, aby to odpovídalo osobám ve skutečných experimentech, dostaneme kromě jiných výsledků dvacetkrát konečnou posloupnost

$$u_1, u_2, \dots, u_r, \dots$$

délek intervalů bezchybné činnosti, přičemž aritmetický průměr u těchto délek se bude vždy přibližně rovnat skutečnému průměru odpovídající osoby, získanému při experimentálním výzkumu. Abychom vyloučili interindividuální variabilitu těchto průměrů, přejdeme od skutečných délek u k délkám standardizovaným $z = u/\bar{u}$, u nichž je vždy $\bar{z} = 1$, pro každou z dvaceti osob sestavíme tabulku relativních četností a jejich zprůměrováním dostáváme histogram, znázorněný pro experimentální výsledky na obr. 4 a pro výsledky simulované na obr. 5. Zatím co experimentální výsledky očividně souhlasí s teoretickým exponenciálním zákonem e^{-z} , vykazují výsledky simulované výrazný nesouhlas s tímto zákonem v oblasti podprůměrných hodnot. Usuzujeme z toho na menší výstižnost periodického modelu aktivní pozornosti.



Obr. 4



Obr. 5

pd_0/Md . Model interakce mezi deterministicky periodickou posloupností okamžikových podnětů v diskrétním čase a markovským průběhem aktivní pozornosti v diskrétním čase vyjadřuje naši hypotézu o průběhu aktivní pozornosti pomocí méně výstižného diskrétního času — na rozdíl od následujícího modelu „ pd_0/Mc “. Experimentálně použité podnětové posloupnosti jsou v obou zmíněných interakčních modelech napodobeny v poněkud zidealizované periodické formě „ pd_0 “. Konstantní délka všech nekontrolních intervalů ω musí být přirozeným násobkem délky taktu τ . Parametry τ , ξ , η popř. δ , Θ a pravděpodobnosti přechodu $\alpha(z)$, $\beta(z)$ jsou popsány v pozornostním modelu „ Md “. Popisovaný interakční model umožnil svou jednoduchostí odvození těchto důsledků:

1. Chyba (tj. chybějící reakce) vznikne právě v okamžiku t , kdy bude zároveň přítomen jak kontrolní podnět $s_t = 1$, tak odklon $D_t = 1$, tj. kdykoliv platí

$$s_t D_t = 1.$$

Zvolme nyní náhodně a nezávisle na průběhu aktivní pozornosti okamžik T z nějaké konečné posloupnosti okamžiků $0, \tau, \dots, n\omega - \tau$, kde n je libovolně dané přirozené číslo. Pravděpodobnost, že takto náhodně zvolíme právě expozici kontrolního podnětu, bude

$$P(s_T = 1) = \sigma = \tau/\omega.$$

Ptáme-li se nyní na pravděpodobnost, že v takto náhodně zvolený okamžik T bude zaregistrována chyba, dostáváme

$$P(s_T D_T = 1) = \sigma \delta = \tau \delta / \omega.$$

2. Podmíněná pravděpodobnost vzniku chyby v okamžiku, kdy byl exponován kontrolní podnět, je rovna nepodmíněné pravděpodobnosti výskytu odkloněného stavu aktivní pozornosti

$$P(s_T D_T = 1 \mid s_T = 1) = P(D_t = 1) = \delta$$

nezávisle na $t \geq 0$.

3. Náhodné délky intervalů bezchybné popř. chybné činnosti

$$U_1, V_1, U_2, V_2, \dots, U_r, V_r, \dots$$

jsou stochasticky nezávislé. Každá z náhodných veličin U_r má modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou

$$\mu = \omega/\alpha(\omega)$$

a pravděpodobnostní funkcí

$$P(U_r = u) = [1 - \alpha(\omega)]^{u/\omega-1} \alpha(\omega) \quad \text{pro} \quad u = \omega, 2\omega, 3\omega, \dots$$

nezávisle na r . Podobně každá z náhodných veličin V_r má modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou

$$\nu = \omega/\beta(\omega)$$

a pravděpodobnostní funkcí

$$P(V_r = v) = [1 - \beta(\omega)]^{v/\omega-1} \beta(\omega) \quad \text{pro} \quad v = \omega, 2\omega, 3\omega, \dots$$

nezávisle na r . Tyto formule úplně určují vztah mezi nepozorovatelnými intervaly nepřetržitého příklonu popř. odklonu aktivní pozornosti a mezi pozorování přístupnými intervaly bezchybné popř. chybné činnosti. Tím je vyřešen jeden z hlavních problémů interakčního modelu. — Z předešlých výsledků plyne, že náhodný proces $\{D_t \mid t = 0, \omega, 2\omega, \dots\}$ je stacionární markovský proces s diskrétním časem o kroku ω . Budeme jej nazývat procesem vnořeným do náhodného procesu $\{D_t \mid t = 0, \tau, 2\tau, \dots\}$.

4. Jiné vyjádření středních délek intervalů bezchybné a chybné činnosti je

$$\begin{aligned} \mu &= \omega/[\delta(1 - \Theta^{\omega/\tau})], \\ \nu &= \omega/[(1 - \delta)(1 - \Theta^{\omega/\tau})]. \end{aligned}$$

Odtud plyne naopak

$$\begin{aligned} \delta &= \nu/(\mu + \nu), \\ \Theta^{\omega/\tau} &= 1 - \omega/\mu - \omega/\nu. \end{aligned}$$

5. Z předešlého bodu (4) lze odvodit různé poměry mezi středními hodnotami ξ, η, μ, ν :

$$\begin{aligned} \xi/\eta &= \mu/\nu = (1 - \delta)/\delta, \\ \xi/\mu &= \eta/\nu = \frac{\tau}{\omega} \frac{1 - \Theta^{\omega/\tau}}{1 - \Theta}. \end{aligned}$$

Protože koeficient setrvačnosti Θ nabývá zpravidla dosti malých hodnot, je poslední zlomek vpravo blízky jedničce a platí, že střední délka intervalů bezchybné činnosti μ je přibližně rovna ω/τ -násobku střední délky intervalů nepřetržitého příklonu aktivní pozornosti ξ ; podobně ν je přibližně ω/τ -násobkem η .

6. Úloha získat statistické odhady osobních pozornostních parametrů obecně naráží u většiny interakčních modelů na skutečnost, že stav aktivní pozornosti není pozorován v každém okamžiku, který padá v úvahu, nýbrž jen občasně během kontrolních podnětů. U periodických okamžikových podnětů je však tato překážka nepatrná. V modelu „ $p d_0 / M d$ “ pozorujeme těchto $n + 1$ stavů aktivní pozornosti:

$$D_0, D_\omega, D_{2\omega}, \dots, D_{n\omega}.$$

To jsou ovšem podle (3) složky vnořeného markovského náhodného procesu s krokem ω , pro jehož parametry $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ lze získat maximálně věrohodné odhady (Mihoc, G., Craiu, M., 1972)

$$a(\omega) = \frac{n_{01}(\omega)}{n_{00}(\omega) + n_{01}(\omega)} \approx \alpha(\omega),$$

$$b(\omega) = \frac{n_{10}(\omega)}{n_{10}(\omega) + n_{11}(\omega)} \approx \beta(\omega),$$

kde $n_{ij}(\omega)$ znamená počet pozorovaných přechodů aktivní pozornosti ze stavu $D_t = i$ do stavu $D_{t+\omega} = j$ za dobu ω . Přitom ovšem počet jakýchkoliv přechodů tohoto typu je

$$n_{00}(\omega) + n_{01}(\omega) + n_{10}(\omega) + n_{11}(\omega) = n.$$

7. Statistické odhady parametrů δ , Θ lze pomocí maximálně věrohodných odhadů z bodu (6) zkonstruovat v analogii se vzorci pozornostního modelu „ $M d$ “ takto:

$$d = \frac{a(\omega)}{a(\omega) + b(\omega)} \approx \delta,$$

$$h = [1 - a(\omega) - b(\omega)]^{\tau/\omega} \approx \Theta \quad \text{pro} \quad a(\omega) + b(\omega) \leq 1$$

a statistické odhady parametrů ξ , η takto:

$$x = \tau/[d(1 - h)] \approx \xi,$$

$$y = \tau/[(1 - d)(1 - h)] \approx \eta.$$

8. Jestliže pozorujeme intervaly bezchybné popř. chybné činnosti U_1, \dots, U_r , popř. V_r, \dots, V_r a r'' se může lišit nejvýše o jednotku, dostáváme statistické odhady parametrů μ , ν ve formě aritmetických průměrů

$$\bar{u} = (u_1 + \dots + u_r)/r' \approx \mu,$$

$$\bar{v} = (v_1 + \dots + v_r)/r'' \approx \nu.$$

Odtud lze v analogii se vzorci z bodu (4) a s výsledky u pozornostního modelu „ $M d$ “ zkonstruovat nové odhady

$$d' = \bar{v}/(\bar{u} + \bar{v}) \approx \delta,$$

$$h' = [1 - \omega/\bar{u} - \omega/\bar{v}]^{\tau/\omega} \approx \Theta \quad \text{pro} \quad \omega/\bar{u} + \omega/\bar{v} \leq 1$$

a dále

$$x' = \tau/[d'(1 - h')] = \xi,$$

$$\bar{y}' = \tau / [(1 - d') (1 - h')] \approx \eta.$$

9. Sledujme u téže osoby několikrát nezávisle průběh aktivní pozornosti. Při tom můžeme společnou délku nekontrolních intervalů ω nechat nezměněnu nebo ji při různých sledováních aktivní pozornosti měnit (tím se tedy bude měnit i frekvence kontrolních podnětů $\sigma = \tau/\omega$). Tak můžeme vyšetřovat stabilitu osobních pozornostních parametrů v těchto podmínkách nebo při změně frekvence kontrolních podnětů. Odlišme společnou délku nekontrolních intervalů $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ při opakovaném sledování aktivní pozornosti pomocí indexů 1, 2, 3, ... a odpovídajícím způsobem označme i statistické odhady $a(\omega_1) = a_1, a(\omega_2) = a_2, a(\omega_3) = a_3, \dots; b(\omega_1) = b_1, b(\omega_2) = b_2, b(\omega_3) = b_3, \dots; u_1, u_2, u_3, \dots; v_1, v_2, v_3, \dots$.

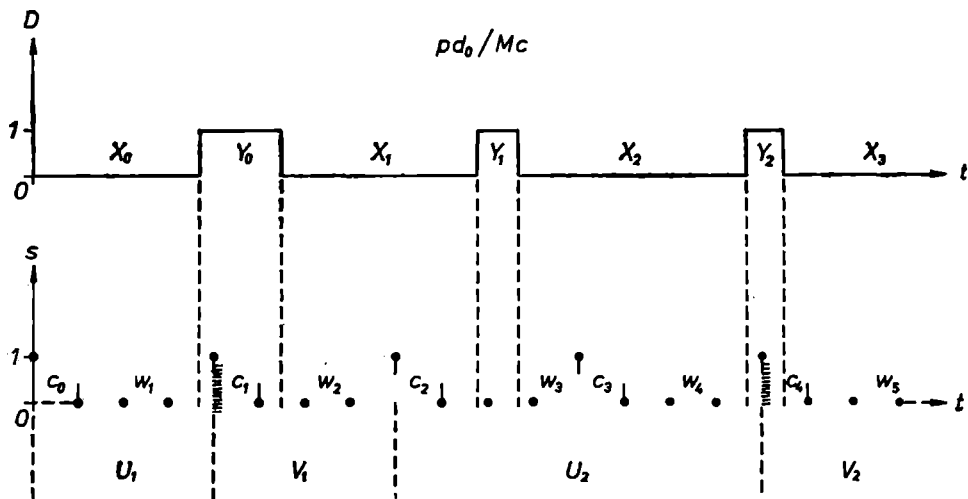
Ověření hypotézy, že při změnách $\omega = \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ zůstává osobní parametr δ konstantní, je umožněno grafickým testem. Je-li totiž zmíněná hypotéza pravdivá, musí platit přibližný lineární vztah

$$b_m \approx \frac{1 - \delta}{\delta} a_m \quad \text{pro } m = 1, 2, 3, \dots$$

a přibližný lineární vztah

$$v_m \approx \frac{\delta}{1 - \delta} u_m \quad \text{pro } m = 1, 2, 3, \dots$$

tj. body $[a_m, b_m]$ musí přibližně ležet na přímce procházející počátkem a podobně body $[u_m, v_m]$. Budeme-li některá sledování opakovat s touž a jiná s různou délkou ω , můžeme linearitu zmíněného vztahu ověřit obvyklými statistickými metodami.



Obr. 6

pd_0/Mc . Model interakce mezi deterministicky periodickou posloupností okamžikových podnětů v diskrétním čase a markovským průběhem aktivní pozornosti v čase spojitěm je znázorněn na obr. 6. Vyznačuje se tím, že vyjadřuje hypotézu o markovském průběhu aktivní pozornosti nejvýstižnějším způsobem. Parametry $\omega, \xi, \eta, \delta$ nezávisí a Θ závisí na τ . Spolu s pravděpodobnostmi přechodu $\alpha(\omega), \beta(\omega)$ jsou popsány v po-

zornostním modelu „ Mc “. Výsledky jsou formálně shodné s předešlým modelem „ pd_0/Md “. Beze změny zůstávají úvahy o pravděpodobnosti vzniku chyby v bodech (1), (2) a výsledky týkající se rozložení délek intervalů bezchybné popř. chybné činnosti v bodě (3). Protože je však nyní jinak definován koeficient pozornostní setrvačnosti Θ , projeví se to i ve vzájemném poměru středních délek μ , ν , ξ , η změněným vzorcem v bodě (5)

$$\xi/\mu = \eta/\nu = \frac{\tau}{\omega} \frac{1 - \Theta^{\omega/\tau}}{|\ln \Theta|}$$

Úvahy o získání statistických odhadů pravděpodobností přechodu $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ v bodě (6) zůstávají doslova v platnosti, avšak v bodě (7) se mění statistické odhady parametrů ξ , η na

$$x = \tau/[d |\ln h|],$$

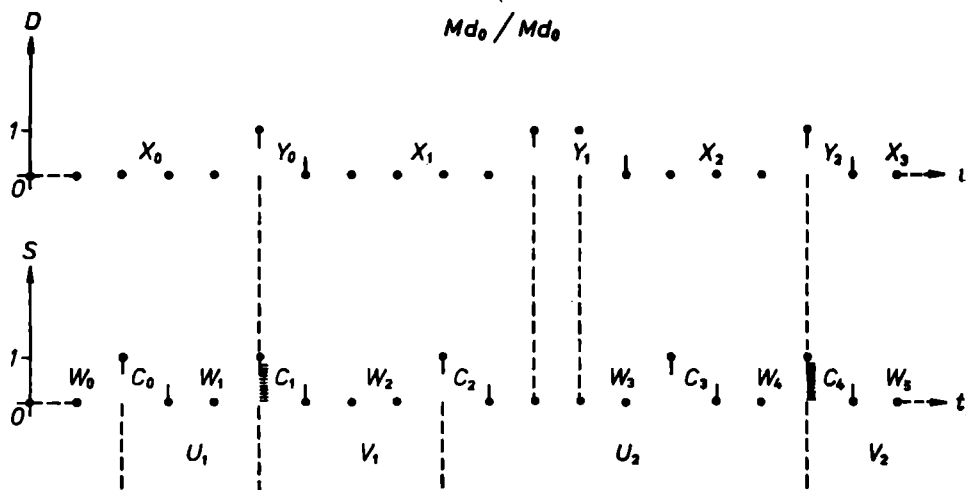
$$y = \tau/[(1 - d) \ln |h|].$$

Analogické odhady v bodě (8) dostávají tvar

$$x' = \tau/[d' |\ln h'|],$$

$$y' = \tau/[(1 - d') \ln |h'|]$$

a úvahy v bodě (9) zůstávají beze změny.



Obr. 7

Md_0/Md_0 popř. Md_1/Md_1 . Model interakce mezi markovskou posloupností podnětů v diskrétním čase a markovským průběhem aktivní pozornosti v diskrétním čase, znázorněný na obr. 7, je vhodný pro vyjádření markovské pozornostní hypotézy a pro napodobení některých reálných situací. Užívá ovšem méně výstižného diskrétního času. Parametry φ , ψ , σ , ϑ , α , β , δ , Θ jsou popsány u příslušného podnětového nebo pozornostního modelu „ Md “. Některé výsledky:

1. Náhodný proces $\{[S_t, D_t] | t = 0, \tau, 2\tau, \dots\}$ je stacionárním markovským procesem s diskrétním čase. Jeho stacionární pravděpodobnosti vyhovují v dů-

sledku stochastické nezávislosti podnětového i pozornostního jednorozměrného procesu vztahu

$$P([S_t, D_t] = [i, k]) = P(S_t = i) P(D_t = k)$$

pro libovolné stavy $i, k = 0, 1$ a nezávisle na okamžiku $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$. Platí např.

$$P([S_t, D_t] = [1, 1]) = P(S_t = 1) P(D_t = 1) = \sigma\delta.$$

Pro pravděpodobnosti přechodu zmíněného dvojrozměrného markovského procesu ze stavu $[i, k]$ do stavu $[j, l]$ za dobu $z = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ platí

$$\begin{aligned} P([S_{t+z}, D_{t+z}] = [j, l] \mid [S_t, D_t] = [i, k]) &= \\ &= P(S_{t+z} = j \mid S_t = i) P(D_{t+z} = l \mid D_t = k) \end{aligned}$$

nezávisle na okamžiku $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$. Dostáváme např.

$$\begin{aligned} P([S_{t+\tau}, D_{t+\tau}] = [1, 1] \mid [S_t, D_t] = [1, 1]) &= \\ &= P(S_{t+\tau} = 1 \mid S_t = 1) P(D_{t+\tau} = 1 \mid D_t = 1) = \\ &= [1 - \psi(\tau)] [1 - \beta(\tau)] = (1 - \psi) (1 - \beta). \end{aligned}$$

2. Zmíněné pravděpodobnosti přechodu lze vyjádřit výhodně pomocí parametrů $\sigma, \vartheta, \delta, \Theta$. Pro $z = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ např. platí

$$\begin{aligned} P([S_{t+z}, D_{t+z}] = [1, 1] \mid [S_t, D_t] = [1, 1]) &= [1 - \psi(z)] [1 - \beta(z)] = \\ &= \sigma\delta + (1 - \sigma) \delta\vartheta^{z/\tau} + \sigma(1 - \delta) \Theta^{z/\tau} + (1 - \sigma) (1 - \delta) (\vartheta\Theta)^{z/\tau}. \end{aligned}$$

Zcela analogicky lze vypočíst ostatní pravděpodobnosti přechodu.

3. Pravděpodobnost výskytu chyby (tj. chybějící reakce) je v kterémkoliv okamžiku $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$ rovna

$$P(S_t D_t = 1) = \sigma\delta.$$

4. Podmíněná pravděpodobnost vzniku chyby v okamžiku, kdy byl exponován kontrolní podnět, je rovna nepodmíněné pravděpodobnosti výskytu odkloněného stavu aktivní pozornosti

$$P(S_t D_t = 1 \mid S_t = 1) = P(D_t = 1) = \delta$$

nezávisle na $t = 0, \tau, 2\tau, \dots$.

5. Náhodné délky $U_1, V_1, U_2, V_2, \dots, U_r, V_r, \dots$ jsou stochasticky nezávislé. Náhodná veličina V_r má pro $r = 1, 2, 3, \dots$ modifikované geometrické rozložení se střední hodnotou

$$\nu = \tau / [(1 - \psi) (1 - \beta)]$$

a pravděpodobnostní funkcí

$$\begin{aligned} P(V_r = v) &= [1 - (1 - \psi) (1 - \beta)]^{v/\tau - 1} (1 - \psi) (1 - \beta) \\ &\text{pro } v = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots \end{aligned}$$

O střední délce μ víme, že pro ni platí

$$\mu \geq \tau / (\sigma\delta).$$

gc₁/Mc. Model interakce mezi obecnou deterministickou posloupností intervalových podnětů ve spojitém čase a markovským průběhem aktivní pozornosti ve spojitém čase

vedl dosud jen k jednomu výsledku: Předpokládejme, že v okamžiku t^* je exponován kontrolní podnět, který pak trvá po celý interval $\langle t^*, t^* + \gamma \rangle$. Pravděpodobnost, že v tomto intervalu bude registrována chyba, je ekvivalentní s pravděpodobností, že po celý tento interval bude aktivní pozornost v odkloněném stavu $D_t = 1$. Pro zmíněnou pravděpodobnost platí

$P(D_t = 1 \text{ pro všechna } t \text{ v intervalu } \langle t_*, t_* + \gamma \rangle) = \delta e^{-\gamma/\eta}$
nezávisle na $t^* \geq 0$.

gd₁/Mc. Model interakce mezi kvasiperiodickou deterministickou poslušností intervalových podnětů v diskretním čase a markovským průběhem aktivní pozornosti ve spojitém čase odpovídá přesně některým našim skutečně exponovaným podnětovým poslušnostem a vyjadřuje rovněž nejpřesnějším způsobem naši hypotézu o markovském charakteru zkoumaného procesu. Situace je znázorněna na obr. 1. Výsledek je analogický předchozímu modelu „gc₁/Mc“. Pravděpodobnost, že během kontrolního podnětu trvajících po interval $\langle t_g, t_g + \tau \rangle$ vznikne chyba, je rovna

$P(D_t = 1 \text{ pro všechna } t \text{ z intervalu } \langle t_g, t_g + \tau \rangle) = \delta e^{-\tau/\eta}$
nezávisle na $t_g = 0, \tau, 2\tau, \dots$

gd₀/Mc. Model interakce mezi kvasiperiodickou deterministickou poslušností okamžikových podnětů v diskretním čase a markovským průběhem aktivní pozornosti ve spojitém čase je popsán v práci (Chmelař V., Osecký P., 1975).

LEGENDY K OBRÁZKŮM 1–7

Obr. 1. Interakce intervalových podnětů v diskretním čase s průběhem aktivní pozornosti v čase spojitým. Na obou vodorovných souřadných osách je vynášen čas t . Na horním grafu je nepřetržitou čarou znázorněn průběh aktivní pozornosti D , na dolním čárkovaně průběh podnětu S , trvajících vždy po celý jeden takt diskretního času. Interval nepřetržitě odklonu aktivní pozornosti, jejichž délky jsou označeny Y_0, Y_1, Y_2, \dots jsou promítnuty na dolní časovou osu. Kdykoliv takový interval zcela překryje takt s kontrolním podnětem, reakce zkoumané osoby se nedostaví, což je považováno za chybu a vyznačeno šrafováním. Naproti tomu interval nepřetržitě odklonu, který úplně nepřekryje některý takt s kontrolním podnětem, se chybějící reakci projevit nemůže. Tak se průběh aktivní pozornosti navenek projevuje ve formě intervalů bezchybné činnosti U_1, U_2, \dots a chybné činnosti V_1, V_2, \dots .

Obr. 2. Typické modely průběhu podnětové poslušnosti. Na vodorovné souřadné ose je vynášen čas t , zatím co na svislé ose je kontrolní stav podnětu s kódován jedničkou a nekontrolní nulou. Horní dva grafy odpovídají modelům s diskretním časem, které popisují stav podnětu výhradně na počátku taktů délky τ ; popisované stavy jsou vyznačeny pomocí teček. Při tom první z uvedených modelů předpokládá, že všechny podněty trvají jen krátký okamžik, kdežto ve druhém modelu exponovaný podnět trvá vždy až do konce odpovídajícího taktu, což je vyznačeno čárkovanými spojnicemi. Dolní dva grafy odpovídají modelům se spojitým časem, které popisují stav podnětu v každém okamžiku t bez ohledu na jakékoliv takt; popisované stavy jsou znázorněny nepřerušovanou čarou. Při tom první z uvedených modelů předpokládá, že kontrolní podnět trvá vždy po určitý časový interval nenulové délky, kdežto ve druhém modelu jsou exponované kontrolní podněty okamžikové. Symboly t_0, t_1, t_2, \dots označují ve všech čtyřech modelech okamžiky expozice kontrolního podnětu; w_0, w_1, w_2, \dots jsou délky intervalů, během nichž je podnět v nekontrolním stavu; c_0, c_1, c_2, \dots zna menají délky intervalů, během nichž je podnět ve stavu kontrolním.

Obr. 3. Typické modely průběhu aktivní pozornosti. Na vodorovné souřadné ose je vynášen čas t , zatím co na svislé ose je příkloněný stav aktivní pozornosti D kódován nulou a odkloněný jedničkou. Horní dva grafy odpovídají modelům s diskretním časem, které popisují stav aktivní pozornosti výhradně na počátku taktů délky τ ; popisované stavy jsou vyznačeny pomocí teček. Přitom v prvním z uvedených modelů tečky reprezentují skutečně jen okamžitý stav aktivní

pozornosti, kdežto ve druhém se zjednodušeně předpokládá, že tento stav zůstane nezměněn až do konce odpovídajícího taktu; to je vyznačeno čárkovanými spojnicemi. Dolní graf odpovídá modelu se spojitým časem, který popisuje stav aktivní pozornosti v každém okamžiku t bez ohledu na jakékoliv takty; popisované stavy jsou znázorněny nepřerušovanou čarou. Symboly X_0, X_1, X_2, \dots označují ve všech třech modelech délky intervalů nepřetržitě přikloněné aktivní pozornosti a Y_0, Y_1, Y_2, \dots jsou délky intervalů pozornosti odkloněné.

Obr. 4. Rozložení empiricky zjištěných délek bezchybné činnosti. Při empirickém výzkumu aktivní optické pozornosti byl u každé z dvaceti zkoumaných osob sestrojen histogram pro délky intervalů bezchybné činnosti. Jejich zprůměrováním vznikl vyšrafovaný souhrnný histogram, který je ve zřejmém souhlasu s teoretickým exponenciálním zákonem rozložení, znázorněným pomocí křivky e^{-z} . Tato skutečnost je podkladem markovských modelů průběhu aktivní pozornosti. Srovnaj se simulovanými daty v obr. 5. Na vodorovné ose nejsou vynášeny skutečné délky bezchybné činnosti U , nýbrž standardizované délky $z = U/\bar{U}$, které eliminují interindividuální variabilitu osobních průměrů \bar{U} .

Obr. 5. Rozložení numericky simulovaných délek bezchybné činnosti. Průběh aktivní optické pozornosti byl dvacetkrát numericky simulován na podkladě hypotézy o periodickém charakteru tohoto procesu tak, aby průměrné délky bezchybné činnosti \bar{u} odpovídaly dvaceti už dříve empiricky zkoumaným osobám. Dvacet histogramů pro simulované délky bezchybné činnosti bylo zprůměrováno, čímž vznikl vyšrafovaný histogram, který je v oblasti nízkých hodnot ve zřejmém rozporu jak s teoretickým exponenciálním zákonem rozložení e^{-z} , tak s empirickými daty v obr. 4. Tato skutečnost je argumentem proti adekvátnosti periodických modelů průběhu aktivní pozornosti. Na vodorovné ose nejsou vynášeny skutečné délky bezchybné činnosti u , nýbrž standardizované délky $z = u/\bar{u}$.

Obr. 6. Interakce okamžikových podnětů v diskrétním čase s průběhem aktivní pozornosti v čase spojitěm. Na obou vodorovných souřadných osách je vynášen čas t . Na horním grafu je nepřetržitou čarou znázorněn průběh aktivní pozornosti D , na dolním tečkami průběh okamžikových podnětů s . Intervaly nepřetržitě odklonu aktivní pozornosti, jejichž délky jsou označeny Y_0, Y_1, Y_2, \dots , jsou promítnuty na dolní časovou osu. Kdykoliv takový interval překryje kontrolní okamžikový podnět, reakce zkoumané osoby se nedostaví, což je považováno za chybu a vyznačeno šrafováním. Naproti tomu interval nepřetržitě odklonu, během něhož nebyl exponován žádný kontrolní podnět, se chybějící reakcí projevit nemůže. Tak se průběh aktivní pozornosti navenek projevuje ve formě intervalů bezchybné činnosti U_1, U_2, \dots a chybné činnosti V_1, V_2, \dots

Obr. 7. Interakce okamžikových podnětů v diskrétním čase s průběhem okamžikových stavů aktivní pozornosti v diskrétním čase. Na obou vodorovných souřadných osách je vynášen diskrétní čas t . Na horním grafu je znázorněn časový průběh okamžikových stavů aktivní pozornosti D , na dolním průběh okamžikových podnětů S . Okamžiky odklonu aktivní pozornosti jsou promítnuty na dolní časovou osu. Jestliže byl v takovém okamžiku exponován kontrolní podnět, reakce zkoumané osoby se nedostaví, což je považováno za chybu a vyznačeno šrafováním. Jestliže však byl v takovém okamžiku exponován podnět nekontrolní, nemůže se odklon projevit chybějící reakcí. Tak se průběh aktivní pozornosti navenek projevuje ve formě intervalů bezchybné činnosti U_1, U_2, \dots a chybné činnosti V_1, V_2, \dots

LITERATURA

- Chmelař V.: Aktivní optická pozornost dětí 6—11letých. Vývoj jejího trvání. Knihovna společnosti pedagog. musea v Brně, svazek 7, nákladem Společnosti pedagog. musea v Brně, 1936.
- Chmelař V.: Vývoj trvání aktivní optické pozornosti dětí 12 letých a starších, *Psychologie*, roč. II, č. 2, 4, 1936 b, s. 62—76, 147—192.
- Chmelař V.: Trvání aktivní akustické pozornosti. In: Sborník prací filosofické fakulty brněnské university, řada filosofická, B 4, Brno 1957 a, s. 1—61.
- Chmelař V.: Metoda výzkumu trvání aktivní akustické pozornosti. *Čs. psychologie* 1, 1957 b, č. 1, s. 61—65.

- Chmelař V.: Průběh dob trvání aktivní optické a akustické pozornosti. In: *Erat unus cantor bonus* (Sborník pedagogických a psychologických studií a vzpomínek k 65. narozeninám prof. RNDr Fr. Hyhlíka). Městský výbor České socialistické akademie, Praha 1970 b, s. 60—116.
- Chmelař V.: Metoda k experimentálnímu výzkumu kontinuálního výkonu aktivní optické a akustické pozornosti a dob jejího trvání, *Čs. psychologie XIV*, 1970 a, s. 360—365.
- Chmelař V., Osecký P.: Diference chybných skóre aktivní optické a akustické pozornosti, *Psychologie v ekonomické praxi*, č. 3, 1970 c, s. 132—143.
- Chmelař V., Osecký P.: Microanalysis of active optical and acoustic attention deviation and duration, *Čs. psychologie XV*, č. 3, 1971, s. 201—218.
- Chmelař V., Osecký P.: Mikroanalýza průběhu trvání aktivní optické a akustické pozornosti. 1971, 240. str. s. (rukopis), Zpráva o řešení dílčího úkolu státního plánu výzkumu VIII-1-8/4 Pozornost a aktivace.
- Chmelař V., Osecký P.: Mikroanalýza průběhu trvání aktivní akustické pozornosti při akustickém vnímání smysluplného textu. Referát na Psychologických dnech v Olomouci 7. a 8. září 1972 a.
- Chmelař V.: Některé problémy a zákonitosti trvání pozornosti. Referát na konferenci v Brně 8. a 9. II. 1972 b.
- Chmelař V., Osecký P.: Mikroanalýza průběhu trvání aktivní optické a akustické pozornosti. Referát na semináři řešitelů hlavních úkolů VIII-4-2 a VIII-1-6 v Jevanech 4.—6. 12. 1972 c.
- Chmelař V., Osecký P.: Mikroanalýza průběhu trvání aktivní akustické pozornosti při akustickém vnímání smysluplného textu. *Čs. psychologie XVIII*, č. 1, 1974.
- Chmelař V., Osecký P.: The Markov model of active attention, *Studia psychologica*, 17, č. 2, 1975, s. 94—104.
- Karlin, S.: *Osnovy teorii slučajnych processov*, Mir, Moskva 1971.
- Mihoc G., Craiu M.: *Inferență statistică pentru variabile dependente*, Ed. Academiei, 1972.
- Zítěk F.: *Ztracený čas*, Academia, Praha 1970.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОТЕКАНИЯ АКТИВНОГО ВНИМАНИЯ

В. Хмеларж, П. Осецки

Психологическая лаборатория Чехословацкой Академии Наук, Брно

Испытуемым различного возраста предлагалась при помощи собственной аппаратуры и в течение целого часа последовательность нерегулярно чередующихся оптических импульсов одинаковой длительности, а в другой серии экспериментов применялись акустические импульсы. На заранее данный контрольный импульс испытуемые должны были реагировать нажатием ключа, причем отсутствующие реакции считались отвлечением внимания. Эксперименты проводились в разных условиях с 12 коллективами, в каждом из которых было по 20 и даже по 23 человека.

Авторы эксперимента установили, что количественные характеристики протекания активного внимания являются очень переменными и зависят от разновидностей импульсов, однако некоторые качественные факторы при этом эксперименте неизменно повторяются. Ошибки носят случайный характер, и в большинстве случаев наблюдаемые тренды не являются статистически значимыми. Долгота интервалов безошибочной деятельности определяется также почти у всех испытуемых показательным законом распределения.

На этих неизменных свойствах основываются математические модели, по которым протекание активного внимания считается альтернирующим марковским стационарным случайным процессом. Математические модели позволяют в определенных условиях заранее определить протекание активного внимания при изменении длительности и частот-

ности контрольных импульсов. Они также позволяют производить цифровое моделирование исследуемого процесса как у вышеприведенных марковских, так и у конкурирующих им периодических моделей. Периодические модели в сравнении с марковскими в меньшей мере при моделировании соответствуют эмпирическим данным.

(Перевел Йиржи Бронец)

MATHEMATICAL MODELS OF THE ACTIVE ATTENTION COURSE

V. Chmelař and P. Osecký

ČSAV Psychological Laboratory, Brno

For differently aged examinees with the aid of a special apparatus the sequence of irregularly alternating optical stimuli of the same length for one hour was exposed. In another series of experiments acoustic stimuli were used. The examinees ought to react to a control stimulus denoted in advance by pressing a key, and the reactions failing to take place were considered an expression of distracted attention. The experiments were made under different conditions in 12 groups with 20 to 23 persons each.

We have found that the quantitative characteristics of the active attention course are inter-individually highly variable, depending very much on the sort of stimuli; some qualitative features, however, are repeating without change: the occurrence of errors has always a random character and as a rule does not show any significant time trends. The lengths of the faultless activity intervals are also governed with almost all persons by the exponential distribution law.

On these changeless properties mathematical models are based, considering the active attention course an alternating stationary random Markov process. On certain conditions the mathematical models make possible the prediction of the active attention course at the change of length and frequency of control stimuli. They also make easier the numerical simulation of the examined process both with the already mentioned Markov models, and the competing periodical ones. The periodical models exhibit a worse correspondence with empirical data at simulation.

