

# UPLATNĚNÍ OTEVŘENÉHO PŘÍSTUPU K MATEMATICE V PŘÍPRAVĚ BUDOUCÍCH UČITELŮ 1. STUPNĚ ZŠ – EMPIRICKÁ STUDIE V KONTEXTU BADATELSKY ORIENTOVANÉHO KURZU

## EMPLOYING AN OPEN APPROACH TO MATHEMATICS IN PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHER TRAINING – AN EMPIRICAL STUDY IN THE CONTEXT OF AN INQUIRY-BASED COURSE

LIBUŠE SAMKOVÁ

### Abstrakt

*Předkládaná empirická studie se zaměřuje na otázky související s využitím badatelsky orientované výuky matematiky v pregraduálním vzdělávání budoucích učitelů 1. stupně ZŠ, konkrétně na otázky související s uplatňováním otevřeného přístupu k matematice. V rámci dvousemestrálního kurzu matematiky jsem provedla kvalitativní šetření, ve kterém jsem sledovala jevy související s otevřeným přístupem v zápisech řešení matematických úloh a v reflexích sepsaných účastníky na konci kurzu. Zkoumala jsem uplatňování různých postupů řešení a jejich obvyklost, počet hledaných řešení, akceptaci různých zápisů řešení apod. U tří čtvrtin účastníků jsem zaznamenala zlepšení v otevřeném přístupu k matematice (v akceptaci různých zápisů řešení, v počtu hledaných řešení a/nebo ve způsobu hledání řešení), nikdo se nezhoršil. Odhalila jsem souvislosti mezi obvyklostí postupů používaných jednotlivými účastníky při řešení úloh, obsahem jejich reflexí a jejich zlepšením v otevřeném přístupu.*

### Klíčová slova

*učitelé na základních školách, badatelsky orientovaná výuka, otevřený přístup k matematice, výuka matematiky, vzdělávání budoucích učitelů*

### Abstract

*The present empirical study focuses on questions related to the implementation of inquiry-based mathematics teaching in training pre-service primary school teachers, namely questions related to an open approach to mathematics. During a two-semester mathematics course, I conducted a qualitative study in which I monitored*

*phenomena related to the open approach in records of solutions to mathematics problems and in written student reflections on the course. I studied various solution procedures and their commonality, the number of examined solutions, and also the acceptability of various ways of recording solutions. During the course, three quarters of the participants improved in the open approach (in the acceptance of various notations for solutions, the number of examined solutions, and/or the ways in which they searched for the solutions), while none of them worsened. I discovered relationships among the commonality of solution procedures used by individual participants, the content of their reflections, and their improvement in the open approach.*

### **Keywords**

*primary school teachers, inquiry based mathematics education, open-approach method in mathematics, mathematics teaching, pre-service teacher education*

## **Úvod**

V posledních desetiletích je celosvětově věnována pozornost badatelsky orientovanému vzdělávání v přírodních vědách a v matematice, s tímto typem vzdělávání jsou spojena očekávání směrem ke zvýšení zájmu žáků o tyto předměty a ke zkvalitnění jejich učení. V USA byla katalyzátorem těchto aktivit jedna ze zpráv národní rady pro výzkum v 90. letech 20. století (NRC, 1996) a její revidovaná verze (NRC, 2000), v Evropě pak tzv. Rocardova zpráva (Rocard et al., 2007). Obě zprávy se věnovaly badatelsky orientovanému přírodovědnému vzdělávání, a tak byl tento pojem zprvu diskutován pouze ve vztahu k přírodovědným předmětům. V severoamerickém kontextu toto omezení na přírodovědné předměty přetrvává dodnes (Schoenfeld & Kilpatrick, 2013), v Evropě se pojem rozšířil i do výuky matematiky (Artigue & Blomhøj, 2013). U nás se zmínka o badatelsky orientovaných pedagogických metodách objevila poprvé přibližně před 10 lety (Janoušková, Novák, & Maršák, 2008).

Empirické studie o badatelsky orientované výuce se zpravidla zaměřují na žáka (Bruder & Prescott, 2013; Hattie, 2009; Minner, Levy, & Century, 2010), v poslední době také na učitele – hledají se vhodné formy dalšího vzdělávání učitelů v praxi, aby učitelé byli schopni badatelsky orientované postupy uplatňovat při svém vyučování (Swan, Pead, Doorman, & Mooldijk, 2013). Empirických studií o možném vlivu badatelsky orientované výuky na budoucí učitele není mnoho, obvykle se zaměřují na jednorázové nebo krátkodobé intervence realizované v rámci metodicky a didakticky zaměřených kurzů (např. Jao, 2017). Také u nás se v souvislosti s badatelsky orientovanou výukou objevují spíše práce zaměřené na žáky (např. Vácha & Ditrich, 2016), na učitele v praxi (např. Hošpesová, 2016) a práce obecného charakteru (Činčera, 2014; Dostál, 2015; Papáček, 2010). Do tohoto prostředí bych ráda přispěla empirickou studií o možném vlivu badatelsky orientované výuky matematiky na budoucí učitele během dvousemestrálního univerzitního kurzu matematiky.

Předkládaná studie je součástí rozsáhlejšího výzkumného šetření, v rámci kterého jsem podle požadavků na badatelsky orientovanou výuku přetvořila dvousemestrální povinný kurz matematiky pro studenty magisterského oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ a pak sledovala, jaký vliv má aktivní účast studentů v tomto kurzu na jejich matematické znalosti. Popis celého výzkumného šetření svou šíří přesahuje rozsah časopiseckého článku, a tak jsem vybrala pouze jeden z aspektů badatelsky orientované výuky. Vybrala jsem aspekt, který zcela subjektivně považuji za nejdůležitější součást mnou realizovaného badatelského kurzu, a to uplatňování tzv. otevřeného přístupu k matematice. Tento pojem není v českém vzdělávacím prostředí příliš známý – není uveden ani v pedagogickém slovníku (Průcha, Walterová, & Mareš, 2013), ale má od 70. let 20. století tradici v australsijském prostředí, hlavně v Japonsku (Nohda, 2000). V Evropě je otevřený přístup k matematice znám hlavně ve Finsku, kde se mu dlouhodobě věnuje Pehkonen (1997; 2017).

V předkládaném příspěvku nejprve představím teoretický rámec: badatelsky orientovanou výuku a otevřený přístup k matematice, a poté badatelsky orientovaný kurz, v rámci kterého výzkum probíhal. Následuje metodologie výzkumného šetření, jeho průběh a výsledky, a závěrečná diskuse. V příloze na konci dokumentu jsou uvedeny ukázky úloh předložených účastníkům výzkumného šetření při výuce badatelsky orientovaného kurzu a při sběru dat.

## **Theoretický rámec**

### *Badatelsky orientovaná výuka*

Badatelsky orientovaná výuka bývá obvykle popisována jako výuka, při které je žákům nabídnuta možnost používat podobné postupy a metody práce, které při své výzkumné práci používají odborní vědečtí pracovníci (Dorier & Maaß, 2014; Samková, Hošpesová, Roubíček, & Tichá, 2015). Žáci tak mohou provádět pozorování, klást si otázky, vyhledávat informace, plánovat a navrhovat způsoby řešení, sbírat data, analyzovat je a interpretovat, formulovat odpovědi, vysvětlení a předpovědi, vyvozovat a sdělovat závěry, diskutovat je se svými spolužáky (NRC, 1996). Tyto činnosti se souhrnně nazývají *bádání*. Objekt bádání a jeho metody jsou přizpůsobeny věku žáků, a tak žáci mohou například znovuobjevovat školskou matematiku nebo řešit jednoduché problémy z běžného života.

Za pedagogický základ badatelsky orientované výuky bývá považováno bádání ve smyslu Johna Deweye (1938), za psychologický základ pak učení se objevováním J. S. Brunera (1965). Z jejích myšlenek doplněných o Piagetovy úvahy vychází kognitivní konstruktivismus, jenž mj. vidí žáka jako naivního vědce a učitele jako facilitátora (Kalhous & Obst et al., 2009). Badatelsky orientovanou výuku tak můžeme chápat jako jednu z cest uplatňování konstruktivistického přístupu. Experiment ve smyslu bádání byl zmiňován již

v Hrušově a Vyšínově metodice vyučování matematice (Hruša & Vyšín, 1964) a experimentální řešení úloh bylo využíváno i na pokusných školách Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice MÚ ČSAV (Tichá, 2013).

Vliv badatelsky orientované výuky na žáky různých stupňů škol zkoumalo mnoho empirických studií, ale jejich výsledky jsou různorodé a odpovědi není možné jednoznačně zobecnit. Jistou představu nabízejí tři přehledové studie (Bruder & Prescott, 2013; Hattie, 2009; Minner, Levy, & Century, 2010), jejichž závěry se částečně překrývají a indikují, že největší pozitivní vliv na procesové a obsahové znalosti žáků má tzv. *nasměrované bádání*, při kterém učitel formuluje otázky a žáci sami navrhnou postup řešení, realizují ho a diskutují výsledky. V návaznosti na tyto studie jsem si pro své výzkumné šetření vybrala nasměrované bádání.

Při realizaci badatelsky orientované výuky se východiskem pro bádání žáků stává vhodné výukové prostředí, které bývá dáno úlohou, již mají žáci vyřešit. V souladu s Deweyovým vymezením bádání (Dewey, 1938) by taková úloha měla obsahovat něco neurčitého, co je řešitelem vnímáno jako podnětné nebo zajímavé. Sám Dewey pro takové neurčitosti používá označení „znepokojivé, svízelné, nejednoznačné, popletené, plné protichůdných tendencí, mlhavé apod.“ (Dewey, 1938, s. 105, vlastní překlad). Neurčitosti mohou spočívat například v nejednoznačném nebo protichůdně vyznívajícím zadání úlohy, v neznámém nebo na první pohled neexistujícím postupu řešení, v existenci více postupů řešení, jež všechny vypadají, že by mohly dovést řešitele k výsledku, či v existenci více různých řešení úlohy, mezi kterými se řešitel musí zorientovat a rozhodnout o tom, jestli skutečně všechna vyhovují zadání úlohy a zda je možné je nějak utřídit. Jednu z možností, jak takové neurčité úlohy vybírat, zkoumat a vytvářet, nabízí v kontextu matematického vzdělávání tzv. *otevřený přístup k matematice*.

#### *Otevřený přístup k matematice*

Otevřený přístup k matematice je teoretický rámec, který studuje matematickou výuku z hlediska učebních úloh, jež vyučující používá při přípravě, realizaci a hodnocení výuky. Při otevřeném přístupu k matematice vyučující ve všech třech fázích přistupuje k výuce prostřednictvím úloh, které splňují aspoň jednu z následujících charakteristik:

- mají otevřenou vstupní situaci, tj. existuje více způsobů, jak úlohu uchopit;
- mají otevřený postup řešení, tj. existuje více způsobů, jak úlohu řešit;
- mají otevřenou výslednou situaci, tj. existuje více řešení (výsledků) úlohy;
- mají otevřenou další cestu, tj. existuje více způsobů, jak úlohu rozvinout v úlohu novou.

Takové úlohy se nazývají *otevřené*, anglicky *open* (Nohda, 2000; Pehkonen, 1997).

Otevřenost vstupní situace může být způsobena nejednoznačností zadání úlohy (které pak různí řešitelé mohou různě chápat) nebo nejasnou důleži-

ností jednotlivých součástí vstupní situace (takže různí řešitelé mohou různě chápat jevy klíčové pro správné vyřešení úlohy); často se objevuje u úloh, jež jsou založeny na praktických problémech. Otevřenost výsledné situace může být způsobena otevřeností vstupní situace, ale i prostou existencí více řešení k jednoznačně zadané a jednoznačně chápané úloze. Jako důsledek otevřenosti výsledné situace řešitel obdrží různá řešení dané úlohy, jejichž klasifikace může být nejasná, obtížná či dokonce neproveditelná; tímto aspektem u prakticky založených úloh se u nás zabývali Koman a Tichá (1997) a zdroje zde uvedené.

Na základě vlastních zkušeností s otevřenými úlohami ve výuce považují otevřenost postupu a otevřenost výsledné situace za cenné během všech tří fází výuky: podporují diskusi ve třídě a učitelovu přípravu na ni (Samková, 2016a), umožňují žákům volit mezi různými postupy řešení a připravit je na tuto volbu (Samková, 2018), vedou žáky k systematické práci při hledání dalších řešení a při hledání všech řešení (Samková, 2017). Otevřenost vstupní situace a otevřenost další cesty nabývají své důležitosti hlavně při použití otevřených úloh během přípravy a realizace výuky: jejich prostřednictvím je možné žáky motivovat, seznamovat je s novým učivem nebo je učit srovnávat různé již probrané tematické celky (Samková, 2016a).

Při práci s otevřenými úlohami během hodnotící fáze (zvláště pokud se jedná o plošné hodnocení) se obvykle využívají pouze úlohy, které nemají otevřenou vstupní situaci a u kterých je otevřenost další cesty irelevantní pro hodnotící proces. Takové úlohy jsou anglicky označovány jako *open-ended* (Pehkonen, 1997; Sullivan, Warren, & White, 2000), což by se dalo do češtiny volně přeložit jako s otevřeným koncem, anglicko-český pedagogický slovník nabízí překlad *s volnou odpovědí* (Mareš & Gavora, 1999).

V českém vzdělávacím prostředí se s pojmem *otevřená úloha* téměř výhradně setkáváme právě v souvislosti s hodnotící fází výuky, kde jsou jako otevřené úlohy označovány testové úlohy s volnou odpovědí (Kalhous & Obst et al., 2009), ty jsou však uvažované obvykle ve významu „žák řeší úlohu zcela samostatně bez jakékoliv nápovědy“ (Cihlář, Lesáková, Řídká, & Zelenka, 2007, s. 5). Došlo tedy k výraznému zúžení významu pojmu *otevřená úloha*, či dokonce k posunu ve významu, neboť žák může samostatně řešit i úlohu, která má jen jeden možný postup řešení a jediné řešení. Pokud jde o samotný proces hodnocení, úlohy s volnou odpovědí v českém pojetí bývají zpravidla hodnoceny jen na základě správnosti odpovědi – tj. správnosti a úplnosti uvedených postupů a řešení (Kalhous & Obst et al., 2009), kdežto v rámci otevřeného přístupu k matematice mohou být otevřené úlohy (včetně *open-ended*) hodnoceny podle více kritérií: kolik různých řešení nebo postupů je žák schopen předložit, kolik různých myšlenek žák při řešení použil nebo objevil, do jaké míry je žákovo řešení originální, do jaké míry je žákovo myšlení elegantní (Nohda, 2000).

Má studie se zaměřuje na otevřený přístup k matematice, tedy na všechny tři fáze výuky a všechny čtyři charakteristiky úloh. Úlohy, které jsou *otevřené ve smyslu otevřeného přístupu k matematice*, budu ve svém textu v souladu s Pehkonenem (1997) a Nohdou (2000) označovat jako *otevřené*.

### Realizovaný badatelsky orientovaný kurz

Výzkumné šetření probíhalo v rámci kurzu matematiky určeného pro budoucí učitele 1. stupně ZŠ. Tento kurz je dvousemestrální, v týdenním rozsahu 1 hodina přednášky a 2 hodiny semináře. Obsahem kurzu jsou témata Úvod do logiky a teorie množin a Číselné obory. Pro potřeby výzkumu jsem obvyklý průběh kurzu upravila tak, aby vyhovoval požadavkům na badatelsky orientované vyučování v rozsahu nasměrovaného bádání. Na přednáškách kurzu byla představována nezbytná vymezení pojmů a na seminářích realizovány badatelské aktivity.

Úlohy na seminářích byly zpravidla zadávány ve formě slovních úloh, obsahově byly úzce svázané s matematickým obsahem na úrovni kurikula pro 1. stupeň ZŠ (tj. s tím matematickým obsahem, který v budoucnu účastníci kurzu budou sami učit). Otevřený přístup k matematice jsem účastníkům kurzu nejprve představila při řešení slovních úloh s jednoznačně uchopitelnou vstupní situací a jedním řešením; tyto úlohy jsem vybírala z učebnic pro 1. stupeň ZŠ a dle potřeby je upravovala – měnila nebo uvolňovala jsem jejich parametry, zvyšovala jejich obtížnost, obohacovala je o nové otázky. U každé úlohy byli účastníci vyzváni k hledání různých postupů řešení a k zaznamenávání *všech* těchto postupů na tabuli. Asi po dvou měsících takto otevřené výuky jsem na semináře začala zařazovat i úlohy s otevřenou vstupní situací, s otevřenou výslednou situací a/nebo s otevřenou cestou. Tyto více otevřené úlohy účastníci nejprve řešili samostatně nebo v malých skupinkách, a poté všichni společně představovali, diskutovali a obhajovali své postupy a nalezená řešení, hledali mezi nimi souvislosti. Ukázky úloh jsou uvedeny v Příloze v tab. P-1.

### Metodologie výzkumného šetření

#### *Výzkumné otázky*

Předkládaná empirická studie hledá odpovědi na hlavní výzkumnou otázku s využitím tří specifických výzkumných otázek:

HVO Jak se do způsobu, jakým budoucí učitelé 1. stupně ZŠ řeší matematické úlohy, promítlo dvousemestrální systematické uplatňování otevřeného přístupu k matematice realizované během jejich povinného univerzitního kurzu matematiky?

- SVO1 Jaké různé jevy související s otevřeným přístupem k matematice bylo možné nalézt v záznamech řešení matematických úloh a v pracovních listech předložených budoucím učitelům během tohoto kurzu?
- SVO2 Jakou míru otevřenosti přístupu k matematice jednotliví budoucí učitelé prokázali na začátku a na konci kurzu?
- SVO3 Reflektovali učitelé uplatňování otevřeného přístupu k matematice během kurzu, když po skončení kurzu byli obecně požádáni o jeho zhodnocení? Pokud ano, jak?
- Specifické výzkumné otázky zpřesňují široce formulovanou hlavní výzkumnou otázku.

### *Výzkumný plán*

Účastníky výzkumného šetření byli *všichni* studenti pětiletého magisterského studijního programu Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, kteří v akademickém roce 2014/2015 nastoupili do druhého ročníku denního studia. Od října 2014 do června 2015 tito budoucí učitelé pod mým vedením navštěvovali výše popsany badatelsky orientovaný povinný kurz matematiky.

Od účastníků šetření jsem kontinuálně během celého kurzu sbírala písemné materiály dvojího typu: záznamy řešení úloh a vyplněné pracovní listy. Na konci kurzu jsem účastníky požádala o písemnou reflexi celého kurzu. Na všech datových materiálech pracovali účastníci šetření individuálně, v rámci výuky. Začínala jsem se skupinou 35 budoucích učitelů, ale někteří z nich předčasně ukončili nebo přerušili studium a někteří z důvodu nemoci opakovaně chyběli na seminářích, kde se materiály sbíraly, a tak kompletní sadu materiálů poskytlo jen 24 účastníků kurzu. Z důvodu zachování autenticity dat jsem chybějící materiály nechtěla získávat dodatečně.

Vzhledem k povaze hlavní výzkumné otázky jsem vycházela z kvalitativního výzkumného designu exploračního typu. Data jsem zpracovávala s využitím otevřeného kódování a konstantní komparace (Gavora, 2010; Švaříček & Šedřová et al., 2014).

## **Sběr a analýza dat**

### *Sběr dat*

Pro potřeby SVO1 jsem od účastníků kurzu sbírala záznamy řešení slovních úloh a vyplněné pracovní listy. Slovní úlohy byly součástí průběžných kontrolních testů, které ověřovaly znalost témat probraných na kurzu a tvořily součást „oficiálního“ hodnocení kurzu (známky). Pracovní listy byly účastníkům předkládány nezávisle na probíraných tématech a na známku neměly vliv. Všechny slovní úlohy měly otevřený postup řešení (např. úlohy 1, 2, 3 v tab. P-2 v Příloze), některé i otevřenou výslednou situaci (úloha 4 v tab. P-2 v Příloze).



Pracovní listy byly účastníkům předkládány ve formátu Concept Cartoons (Dabell, Keogh, & Naylor, 2008; Samková, 2016b), tj. v podobě obrázků s bublinovými rozhovory několika dětí a doprovodnými otázkami. Některé názory v bublinách byly správné, některé nesprávné, u některých byla správnost nejasná nebo podmíněná určitými okolnostmi. Prostřednictvím doprovodných otázek byli účastníci požádáni, aby rozhodli o správnosti jednotlivých bublin a svá rozhodnutí odůvodnili.

Pro potřeby SVO2 byly vybrány dva z výše uvedených pracovních listů (obr. P-1a, P-2a v Příloze), které tvořily pár. První z páru byl předložen účastníkům hned na začátku kurzu a druhý na jeho konci. Oba listy znázorňují skupinu dětí, která diskutuje řešení otevřené úlohy. Na prvním listu má diskutovaná úloha dvě řešení (obr. P-1b), jedno z nich je v bublinách zapsáno dvěma různými způsoby (bublíny A, B), u druhého řešení je pouze zmíněna možnost jeho existence (bublina E). Na druhém listu má diskutovaná úloha tři řešení (obr. P-2b), jedno z nich je v bublinách zapsáno dvěma různými způsoby (bublíny A, B), u druhého řešení je pouze zmíněna možnost jeho existence (bublina E), třetí řešení není zmíněno vůbec. Úlohy na obrázcích jsou si velice podobné, je možné je řešit stejným postupem, jen druhá úloha je obtížnější v tom, že má o jedno řešení více.

Pro potřeby SVO3 jsem na konci kurzu požádala účastníky, aby písemnou formou reflektovali průběh kurzu. Žádné bližší pokyny k obsahu reflexe účastníci neobdrželi.

#### *Analýza dat k SVO1*

Při analýze dat k SVO1 jsem zpracovávala všechny písemné datové materiály kromě závěrečných reflexí. V první fázi této analýzy jsem nerozlišovala jednotlivé účastníky výzkumného šetření. Každé nově získané datové materiály jsem nejprve zpracovala odděleně od dříve získaných materiálů (podrobně jsem je pročetla, opatřila otevřenými kódy a tyto kódy opakovaně porovnávala mezi sebou, seskupovala a upravovala), a až poté jsem je přiřadila k datům z předchozích sběrů a provedla konstantní komparaci. Po zpracování všech datových materiálů se vynořily následující kategorie jevů souvisejících s otevřeným přístupem:

- A. uplatňování různých postupů řešení (např. kódy „správný postup“, „chybný postup“ a kódy označující konkrétní použité postupy řešení u jednotlivých úloh);
- B. hledání různých řešení (např. kódy „hledá jen jedno řešení“, „hledá jen jedno další řešení“);
- C. systematická snaha o nalezení všech řešení (např. kódy „systematicky hledá všechna řešení“, „nalezl/a všechna řešení, ale nahodile“);
- D. akceptace různých zápisů stejného řešení (např. kódy „akceptuje jiný zápis“, „odmítá jiný zápis“).



Během zpracovávání dat se projevila nesourodost dat daná různou odezvou účastníků na různé úlohy, a tak jsem systém obohatila o nové kódy vztahující se k charakteristikám řešených úloh. Během následné analýzy se jako relevantní vynořily tyto kategorie:

- E. formát zadání úlohy (např. kódy „slovní úloha“, „bublinový rozhovor“);
- F. obtížnost úlohy (např. kódy „základní obtížnost“, „střední obtížnost“, „vysoká obtížnost“).

V poslední fázi analýzy jsem ještě provedla konstantní komparaci, která nově rozlišovala jednotlivé účastníky výzkumného šetření. Z tohoto analytického procesu vzešla nová kategorie, vztahující se k jevům z kategorie A:

- G. obvyklost použitého správného postupu v rámci sledované skupiny (např. kódy „běžný postup“, „většinový postup“, „menšinový postup“).

#### *Analýza dat k SVO2*

Analýza dat k SVO2 volně navázala na analýzu k SVO1: z datových materiálů jsem oddělila ty, které náležely k pracovním listům uvedeným na obr. P-1a a P-2a, využila jsem finální sadu kódů k SVO1 a provedla jsem přímé porovnání dat z prvního pracovního listu s daty z druhého. Tento analytický proces obohatil kategorie B, C, D a během následné komparace došlo ke sloučení kategorií B, C do jedné společné kategorie:

- BC. počet hledaných řešení a způsob jejich hledání (kódy „hledání jen jednoho řešení“, „nahodilé hledání dalšího řešení“, „systematické hledání všech řešení“).

#### *Analýza dat k SVO3*

Při analýze dat k SVO3 jsem zpracovávala datové materiály z reflexí. Podobně jako v předchozích fázích analýzy jsem data podrobně pročetla, opatřila otevřenými kódy a kódy opakovaně porovnávala mezi sebou, seskupovala a upravovala. Po zpracování se vynořily následující kategorie jevů souvisejících s otevřeným přístupem k matematice:

- H. sledování různých postupů řešení (např. kódy „každý z nás to může vidět jinak“, „můžeme se porovnávat mezi sebou“);
- I. výběr vlastního postupu řešení (např. kódy „mohu si vybrat postup, co mi vyhovuje“, „když nepochopím jeden postup, mohu pochopit jiný“);
- J. posuzování různých postupů řešení (např. kódy „žák to může chápat jinak než já“, „učitel musí zkoumat, co žák vymyslel“, „učitel se může dostat do úzkých“).

#### *Analýza dat k HVO*

Pro potřeby hlavní výzkumné otázky jsem využila finální kódy k SVO1, SVO2 a SVO3 a provedla jsem jejich komparaci.

## Výsledky

### *Jevy vztahující se k otevřenému přístupu k matematice*

Různým jevům vztahujícím se k otevřenému přístupu k matematice se věnovala SVO1. Zde se jako kategorie s největší nasyceností dat projevila kategorie A zahrnující jevy související s uplatňováním různých postupů řešení. Jako nejsilnější se ukázala vazba těchto jevů s jevy z kategorií E a F, tedy s formátem a obtížností řešených úloh. V závěru analytického procesu se ukázal i vztah k jevům z kategorie G (obvyklost použitého postupu).

U slovních úloh účastníci jako celek vždy využívali více různých postupů řešení, a to i u otevřených úloh s jediným řešením. U každé takové úlohy bez ohledu na její obtížnost se vždy vyskytly aspoň tři různé správné postupy řešení. Někdy byly použité správné postupy rovnoměrně rozloženy mezi všechny úspěšné řešitele (např. u úlohy 1), takové postupy budu v dalším textu označovat jako *běžné*. Jindy se objevil jeden výrazně převažující správný postup – například u úlohy 2 jeden ze správných postupů použilo 13 účastníků a zbylé dva po 2 účastnících. Takové postupy budu označovat jako *většinové*, resp. *menšinové*.

Analýza vzájemných vztahů kategorií F a G odhalila zajímavý trend: až na pár výjimek bylo možné účastníky rozdělit na *příznivce většinových postupů* (tyto postupy se u nich objevily u všech úloh s jedním výrazně převažujícím postupem, které vyřešili správně, a to bez ohledu na jejich obtížnost) a na *příznivce menšinových postupů* (dtto).

V druhé části kurzu byly účastníkům předloženy dvě úlohy s nejvyšší obtížností (jednou z nich byla úloha 3), každé polovině sledované skupiny jedna. První úlohu vyřešili správně pouze 4 účastníci, druhou 6 účastníků, přičemž *každý* z těchto účastníků použil *jiný* postup řešení.

V datových materiálech k pracovním listům jsem žádné vzájemné souvislosti mezi odpověďmi k jednotlivým listům nenalezla (kromě dvou listů použitých u SVO2), jako možný důvod se nabízí přílišná roztržitost textů, které se nacházely v bublinách a jež účastníci měli posuzovat.

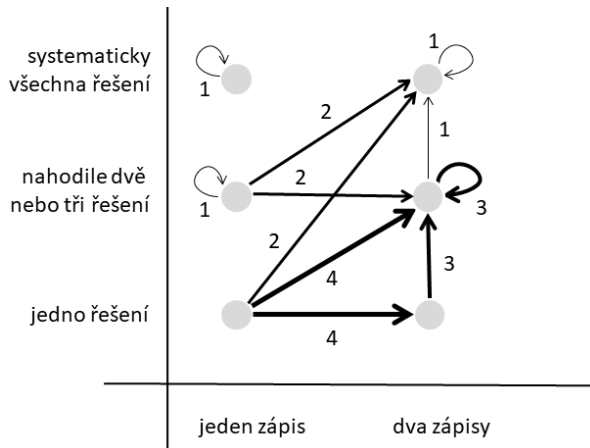
### *Míra otevřenosti v čase*

Přímé porovnání dat ze dvou pracovních listů k SVO2 (obr. P-1a, P-2a) ukázalo, jak se jevy náležející ke kategoriím BC (počet hledaných řešení a způsob jejich hledání) a D (akceptace různých zápisů stejného řešení) změnily v čase.

Na začátku kurzu 13 (z 24) účastníků hledalo pouze jedno řešení úlohy, neuvažovalo o existenci dalšího řešení a ani se takové další řešení nesnažilo hledat (10 z nich zároveň akceptovalo pouze jeden způsob zápisu konkrétního řešení), 9 účastníků hledalo více než jedno řešení, ale toto hledání bylo nahodilé, nesystematické. Pouze 2 účastníci hledali systematicky všechna řešení. Během kurzu se tento přístup viditelně zlepšil, zlepšení ilustruje graf 1.

Posuny v otevřeném přístupu jsou na grafu znázorněny šipkami: šipky směřující nahoru odpovídají zvýšení počtu hledaných řešení a/nebo zlepšení způsobu jejich hledání z nahodilého na systematický, šipky směřující doprava odpovídají zvýšení počtu akceptovaných zápisů řešení. Žádný účastník se nezhoršil, což dokumentuje absence šipek, které by směřovaly dolů nebo doleva. Někteří účastníci svůj přístup nezměnili a jejich šipky vedou zpět do stejného kolečka, žádný z nich ale nepatří mezi ty, kteří hledali jen jedno řešení.

V počtu hledaných řešení a/nebo způsobu jejich hledání se zlepšilo 12 (z 24) účastníků, v počtu akceptovaných zápisů řešení se zlepšilo 14 účastníků. V obou těchto aspektech se zlepšilo 8 účastníků, v aspoň jednom z nich se zlepšilo 18 účastníků.



Graf 1

*Posuny v otevřeném přístupu k matematice; šedá kolečka označují jednotlivé kombinace aspektů (např. kolečko vlevo dole je pro situaci, kdy účastník akceptuje pouze jeden zápis konkrétního řešení a hledá pouze jedno řešení úlohy); posuny jsou znázorněny šipkami – čím širší šipka, tím více účastníků, u kterých byl daný posun zaznamenán; počty účastníků jsou uvedeny u šipek.*

### Reflexe otevřeného přístupu

V reflexích sepsaných na konci kurzu 9 (z 24) účastníků zmínilo záležitosti související s otevřeným přístupem k matematice. Hlavně se jednalo o jevy z kategorií H (sledování různých postupů řešení) a I (výběr vlastního postup u řešení), okrajově také J (posuzování různých postupů řešení). Hlubší analýza dat odhalila souvislost těchto jevů s jevy z kategorie G, tedy s obvyklostí postupů uplatňovaných účastníky při řešení úloh.

Ti účastníci, kteří při řešení úloh používali menšinové postupy řešení, oceňovali v reflexích možnost výběru „vlastního“ postupu řešení:

S32 „Žáci sami objevují řešení. Pokud se jich objeví více, zapíší se na tabuli a následně si každý vybere způsob řešení, který mu vyhovuje.“

S34 „...vyzkoušeli jsme si různé metody, jak to jde i jinak... Na střední škole... pan učitel pustil prezentaci a řekl, že takhle se to počítá, tak to budeme dělat i my. Nehledal jiné postupy pro někoho, kdo v tom ‚plaval‘.“  
nebo se vyjadřovali k obtížím, jež s používáním menšinových postupů mohou souviset:

S21 „Ne vždy učitel pochopí, jak danou myšlenku žák myslel.“

Jedna z účastnic se také svěčila s úspěchem, který jí otevřený přístup přinesl:

S32 „Díky tomuto pojetí výuky jsem pochopila učivo, které bylo pro mě nikdy NEDOSAŽITELNÉ (SLOVNÍ ÚLOHY). Na základě úloh, které jsme probírali v hodině, ... jsem přišla na hlavní princip vyhledávání informací z těchto slovních úloh.“

A skutečně: v písemkách dokázala úspěšně vyřešit všechny slovní úlohy, což kromě ní zvládlo jen 6 dalších účastníků.

Ti účastníci, kteří při řešení úloh používali většinové postupy řešení, v reflexích oceňovali možnost seznámit se i s jinými než jejich vlastními postupy:

S25 „Je zajímavé vidět, jak každý z nás vidí různé situace jinak, nebo stejně, ale pomocí jiného postupu. Bylo zajímavé i to, že se můžeme srovnávat mezi sebou.“

a o těchto záležitostech se zmiňovali i ve vztahu ke své budoucí praxi:

S30 „Pochopila jsem, že dítě může vidět příklad, postup... úplně jinak než já.“

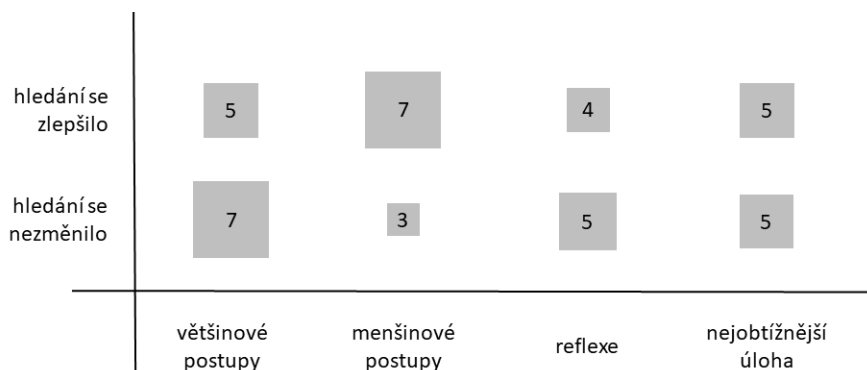
S9 „Nevýhody pro učitele jsou např. při opravování. Vždy se mu sejde spousta návrhů a postupů.“

### *Celkový pohled na situaci*

U HVO se jako kategorie s největší nasyceností dat projevila kategorie BC (počet hledaných řešení a způsob jejich hledání), která vzešla z SVO2. Na základě výsledků k SVO2 jsem tak účastníky roztrídila podle toho, jakou změnu prodělali v počtu hledaných řešení a způsobu jejich hledání: do skupiny „hledání se nezměnilo“ jsem umístila účastníky, u kterých se počet hledaných řešení a způsob jejich hledání nezměnil (tj. v grafu 1 jim patří vodorovné šipky a šipky směřující zpět do stejného kolečka), do skupiny „hledání se zlepšilo“ jsem umístila účastníky, u kterých se zvětšil počet hledaných řešení a/nebo způsob jejich hledání (tj. v grafu 1 jim patří šipky směřující svisle nahoru a šipky směřující šikmo nahoru). Příslušnost k těmto skupinám jsem pak porovnála s výsledky k SVO1 a SVO3: na základě výsledků k SVO1 byli účastníci přiděleni do skupin „většinové postupy“ (příznivci většinových postupů), „menšinové postupy“ (příznivci menšinových postupů) a „nejobtížnější úloha“ (úspěšní řešitelé úlohy s nejvyšší obtížností),

na základě výsledků k SVO3 byli účastníci přiděleni do skupiny „reflexe“ (účastníci, kteří se v reflexi vyjádřili k otevřenému přístupu) a sledovala jsem kombinace skupin přidělených jednotlivým účastníkům.

Výsledky porovnání znázorňuje graf 2. Ke zlepšení v počtu hledaných řešení a/nebo způsobu jejich hledání došlo u poloviny řešitelů nejobtížnější úlohy, u méně než poloviny příznivců většinových postupů a u méně než poloviny účastníků vyjadřujících se k otevřenému přístupu v reflexi. U příznivců menšinových postupů byla situace odlišná: ke zlepšení v počtu hledaných řešení a/nebo způsobu jejich hledání došlo u více než dvou třetin z nich.



Graf 2

*Vzájemné vztahy skupin účastníků vzešlých z výsledků k SVO1, SVO2 a SVO3; sedé čtverečky označují jednotlivé kombinace skupin – např. čtvereček vlevo dole je pro účastníky ze skupiny „hledání se nezměnilo“ (SVO2), kteří zároveň patří do skupiny „většinové postupy“ (SVO1); čím větší čtvereček, tím více účastníků, u kterých byla daná kombinace skupin znamenána; počty účastníků jsou uvedeny uvnitř čtverečků.*

## Diskuse

Předložená studie představuje málo známý teoretický rámec otevřeného přístupu k matematice a jeho realizaci v rámci badatelsky orientovaného dvousemestrálního kurzu matematiky pro budoucí učitele 1. stupně ZŠ. Při hledání odpovědi na otázku *Jak se do způsobu, jakým budoucí učitelé 1. stupně ZŠ řeší matematické úlohy, promítne dvousemestrální systematické uplatňování otevřeného přístupu k matematice realizované během jejich povinného univerzitního kurzu matematiky?* jsem v písemných materiálech získaných od budoucích učitelů během kurzu sledovala jevy související s otevřeným přístupem, jako různé postupy řešení a jejich obvyklost v rámci sledované skupiny, počet hledaných řešení a způsob jejich hledání, počet akceptovaných zápisů nějakého konkrétního

řešení. Jako zjednodušenou odpověď na výzkumnou otázku mohu konstatovat, že většina účastníků výzkumného šetření změnila své způsoby řešení úloh směrem k otevřenému přístupu k matematice: akceptují více zápisů jednoho řešení a/nebo hledají více řešení dané úlohy, někteří i systematicky.

Otevřenost přístupu k matematice bývá často považována jen za projev určitého postoje k matematice, například Schoenfeld (1992) uvádí názory, že každá matematická úloha má právě jedno řešení, či že ke každé úloze existuje jen jeden správný postup řešení, jako jedny z nejčastějších mylných představ. Já však otevřený přístup k matematice považuji za nedílnou součást matematických znalostí, se kterou se žáci mohou seznamovat již od nejtutějšího věku a která se se zvyšující se obtížností úloh stává více a více důležitější. Při řešení komplexnějších úloh není možné mít pro každou úlohu připravený její vlastní postup řešení, řešitel se musí umět zamýšlet nad rozličnými souvislostmi, zkoušet různé postupy a čekat, které z nich jsou jen slepými cestami a které ho mohou dovést k řešení úlohy. Tuto záležitost krásně ilustruje situace z předkládaného šetření, kdy u nejobtížnější úlohy, kterou dokázalo vyřešit jen několik účastníků, každý úspěšný řešitel použil zcela jiný postup.

Popisovaný badatelsky orientovaný kurz matematiky, v rámci kterého byl otevřený přístup k matematice uplatňován, zároveň představuje poměrně snadný způsob, jak něco podobného s žáky realizovat: postupovat od úloh s jedním řešením, ale více možnými postupy, nechat žáky samotné, aby různé postupy vymýšleli a psali na tabuli, a aby je společně diskutovali. Jak ukázaly písemné reflexe tohoto kurzu, takový přístup je cenný z mnoha směrů: žáci si mohou vybírat postupy, které lépe vyhovují jejich aktuálnímu znalostem a jejich způsobu uvažování, mohou sledovat, jak uvažují jejich spolužáci. Budoucí učitelé navíc mohou objevit širší názorů a postupů, se kterými se v budoucnu budou setkávat ve třídě při své vlastní výuce. Jsou-li řešené úlohy dostatečně svázány s příslušným matematickým obsahem (tak jako tomu bylo u zde popisovaného kurzu), mohou budoucí učitelé navíc získat konkrétní představy o možném uvažování svých budoucích žáků.

Možnost vybírat si „své vlastní“ postupy řešení se ukázala klíčovou i v prezentované studii, a to v případě řešitelů, kteří jsou zvyklí používat spíše méně obvyklé způsoby řešení. Více než dvě třetiny těchto řešitelů se během kurzu zlepšily v počtu hledaných řešení a/nebo ve způsobu jejich hledání z nahodilého na systematický. U ostatních účastníků šetření nebylo zlepšení tak výrazné. Vysvětlení tohoto stavu patrně nabízí názory oněch „menšinových“ řešitelů vyjádřené v reflexích: ocenili možnost seznámit se s více postupy řešení a vybrat si postup, který jim nejvíce vyhovuje. Z pohledu konstruktivistického pojetí výuky je to ideální stav: takový řešitel má větší možnost stavět na svých předchozích znalostech.

Zjištěné výsledky jsou v souladu s výsledky dosavadních výzkumných šetření na téma otevřeného přístupu k matematice (např. Pehkonen 1997;

2017; Sullivan et al., 2000), ale kvalitativní studie o souvislostech mezi obvyklostí používaných postupů a mírou otevřenosti přístupu k matematice žádná k dispozici není.

Během výzkumného šetření jsem jako jeden z nástrojů pro sběr dat využila tzv. Concept Cartoons, výukovou pomůcku, která pochází z Velké Británie a u nás zatím není moc známá, ale se kterou mám vynikající zkušenosti jako s diagnostickou pomůckou ve výuce budoucích učitelů. Ve svých předchozích studiích jsem ji uplatnila např. při zkoumání didaktických znalostí obsahu (Samková, 2016b) a při zkoumání, jak budoucí učitelé 1. stupně ZŠ uvažují o matematických tématech (Samková & Tichá, 2017). Využití Concept Cartoons pro diagnostické účely je inovativním přístupem k tomuto nástroji, neexistuje tedy žádné srovnání s jiným výzkumem.

### Omezení výzkumu

Jako u každé empirické studie založené na kvalitativním designu je i v tomto případě hlavním omezením subjektivita výzkumu (při kódování, při interpretaci kódů aj.), malá velikost zkoumaného vzorku a nemožnost zobecňovat výsledky. Zároveň je však třeba připomenout, že výzkumu se zúčastnili *všichni* studenti z daného studijního ročníku.

Vzhledem k tomu, že jsem zároveň byla i vyučující badatelsky orientovaného kurzu, v jehož rámci se výzkum odehrával, jsem si vědoma, že k datům jsem přistupovala ovlivněna vlastními zkušenostmi z kurzu. Proto jsem během zpracování dat průběžně své postupy konzultovala s kolegyněmi Alenou Hošpesovou z Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích a Marií Tichou z Matematického ústavu Akademie věd v Praze a pro srovnání jsem nechávala posuzovat data nezávisle zvenčí.

### Poděkování

Výzkum byl realizován s podporou projektu GAČR 14-01417S. Děkuji kolegyním Marii Tiché a Aleně Hošpesové za cenné rady a inspiraci.

### Literatura

- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 797–810.
- Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 811–822.
- Bruner, J. S. (1965). *Vzdělávací proces*. Praha: SPN.



- Cihlár, J., Lesáková, E., Řídká, E., & Zelenka, M. (2007). *Očekávané výstupy z RVP ZV z matematiky ve světle testových úloh*. Praha: ÚIV.
- Činčera, J. (2014). Význam nezávislých expertních center pro šíření badatelsky orientované výuky v České republice. *Scientia in Education*, 5(1), 74–81.
- Dabell, J., Keogh, B., & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in mathematics education* [CD]. Sandbach: Millgate House Education.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The theory of inquiry*. New York: Holt.
- Dorier, J.-L., & Maaß, K. (2014). Inquiry-based mathematics education. In S. Lerman, *Encyclopedia of mathematics education* (s. 300–304). Dordrecht: Springer.
- Dostál, J. (2015). *Badatelsky orientovaná výuka: Kompetence učitelů ke její realizaci v technických a přírodovědných předmětech na základních školách*. Olomouc: UPOL.
- Gavora, P. (2010). *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.
- Hošpesová, A. (2016). Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni základního vzdělávání. *Orbis Scholae*, 10(2), 117–130.
- Hruša, K., & Vyšín, J. (1964). *Vybrané kapitoly z metodiky vyučování matematice na základní devítileté škole*. Praha: SPN.
- Janoušková, S., Novák, J., & Maršák, J. (2008). Trendy ve výuce přírodovědných oborů z evropského pohledu. *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Trnavensis, Ser. D, Supplementum*, 2(12), 129–132.
- Jao, L. (2017). Shifting pre-service teachers' beliefs about mathematics teaching: The contextual situation of a mathematics methods course. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(5), 895–914.
- Kalhous, Z., & Obst, O., et al. (2009). *Školní didaktika*. Praha: Portál.
- Koman, M., & Tichá, M. (1997). Jak v matematice zvládají žáci zkoumání situací z praxe (Cestování – čas – peníze). *Matematika – fyzika – informatika*, 7(1), 2–12.
- Mareš, J., & Gavora, P. (1999). *Anglicko-český pedagogický slovník*. Praha: Portál.
- Minner, D. D., Levy, A. J., & Century, J. (2010). Inquiry-based science instruction – What is it and does it matter? Results from a research synthesis years 1984 to 2002. *Journal of Research in Science Teaching*, 47(4), 474–496.
- National Research Council. (1996). *National science education standards*. Washington: National Academy Press.
- National Research Council. (2000). *Inquiry and the national science education standards*. Washington: National Academy Press.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 24) (Vol. 1)* (s. 39–53), Hiroshima: Hiroshima University.
- Papáček, M. (2010). Badatelsky orientované přírodovědné vyučování – Cesta pro biologické vzdělávání generací Y, Z a alfa?. *Scientia in Education*, 1(1), 33–49.
- Pehkonen, E. (Ed.). (1997). *Use of open-ended problems in mathematics classroom*. Helsinki: University of Helsinki.
- Pehkonen, E. (2017). Finnish elementary teachers' conceptions on problem solving in mathematics teaching. *La matematica e la sua Didattica*, 25(1), 13–27.

- Průcha, J., Walterová, E., & Mareš, J. (2013). *Pedagogický slovník*. Praha: Portál.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Scientific education now: A renewed pedagogy for the future of Europe*. Brussels: European Commission.
- Samková, L. (2016a). Badatelsky orientované vyučování matematice v přípravě budoucích prvostupňových učitelů. In M. Uhlířová, *EME 2016 Proceedings. Primární matematické vzdělávání v souvislostech* (s. 9–14). Olomouc: Pedagogická fakulta UPOL.
- Samková, L. (2016b). Didaktické znalosti obsahu budoucích učitelů 1. stupně základní školy před studiem didaktiky matematiky. *Scientia in Educatione*, 7(2), 71–99.
- Samková, L. (2017). Badatelské úlohy ve vyučování matematice. In P. Rosa, *Sborník 8. konference Užítí počítačů ve výuce matematiky* (s. 116–131). České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
- Samková, L. (2018). *Polyvalentní úlohy v matematice*. Příspěvek prezentovaný na 23. konferenci EME 2018, Perspektivy primárního vzdělávání matematice, 25.–27. 4. 2018, Olomouc.
- Samková, L., Hošpesová, A., Roubíček, F., & Tichá, M. (2015). Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in Educatione*, 6(1), 91–122.
- Samková, L., & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 10(4), 93–100.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334–370). New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2013). A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 901–909.
- Sullivan, P., Warren, E., & White, P. (2000). Students' responses to content specific open-ended mathematical tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 12(1), 2–17.
- Swan, M., Pead, D., Doorman, M., & Mooldijk, A. (2013). Designing and using professional development resources for inquiry-based learning. *ZDM Mathematics Education*, 45(7), 945–957.
- Švaříček, R., & Šedřová, K., et al. (2014). *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha: Portál.
- Tichá, M. (2013). Modernizace vyučování matematice v letech 1965–1985. *Orbis Scholae*, 7(1), 119–130.
- Vácha, Z., & Ditrich, T. (2016). Efektivita badatelsky orientovaného vyučování na primárním stupni základních škol v přírodovědném vzdělávání s využitím školních zahrad. *Scientia in Educatione*, 7(1), 65–79.

#### **Kontakt na autorku**

Libuše Samková

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

E-mail: lsamkova@pf.jcu.cz

#### **Corresponding author**

Libuše Samková

Department of Mathematics, Faculty of Education, University of South Bohemia in České Budějovice

E-mail: lsamkova@pf.jcu.cz

## Příloha

*Ukázky otevřených úloh předložených účastníkům při výuce a při sběru dat*

Tabulka P-1

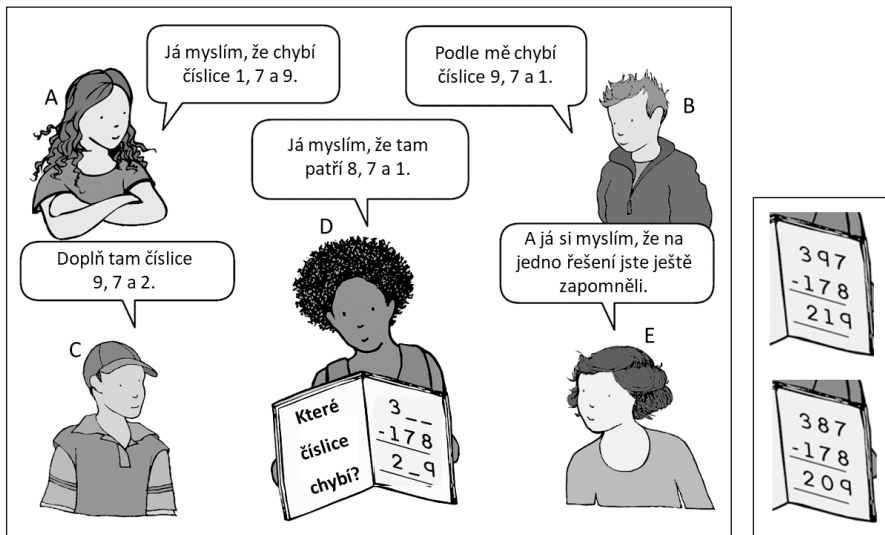
*Ukázky otevřených slovních úloh předložených účastníkům na seminářích*

Jirka měl o 7 samolepek více než Lucie. Vsadili se o 3 samolepky a Jirka sázku prohrál. Kdo má teď více samolepek a o kolik?	otevřený postup
Petr se se svými 4 kamarády rozdělil o sáček bonbónů tak, že každému kamarádovi dal pětinu všech bonbónů a ještě 1 navíc. Na Petra tak zbyly 3 bonbóny. Kolik bonbónů dostal každý kamarád?	otevřený postup
V lesní školce mají 4 záhony sazenic borovice. Na každém záhonu je 5 řad s 240 sazenicemi. Kolik sazenic borovice mají ve školce?	otevřená vstupní situace (není jasné, jestli „je 5 řad a v nich celkem 240 sazenic“, nebo „je 5 řad, v každé z nich 240 sazenic“)
Maminka potřebuje 6 šňůr na prádlo dlouhých 360 cm. Šňůra se prodává v délce 8 m. Kolik takových šňůr musí maminka koupit?	otevřená výsledná situace (existují dvě řešení: buď mohu, nebo nemohu šňůry navazovat)
Z 25 dětí ve třídě umí 18 lyžovat a 13 bruslit. Kolik dětí ovládá oba sporty?	otevřený postup, otevřená výsledná situace (úloha má 8 různých řešení)

Tabulka P-2

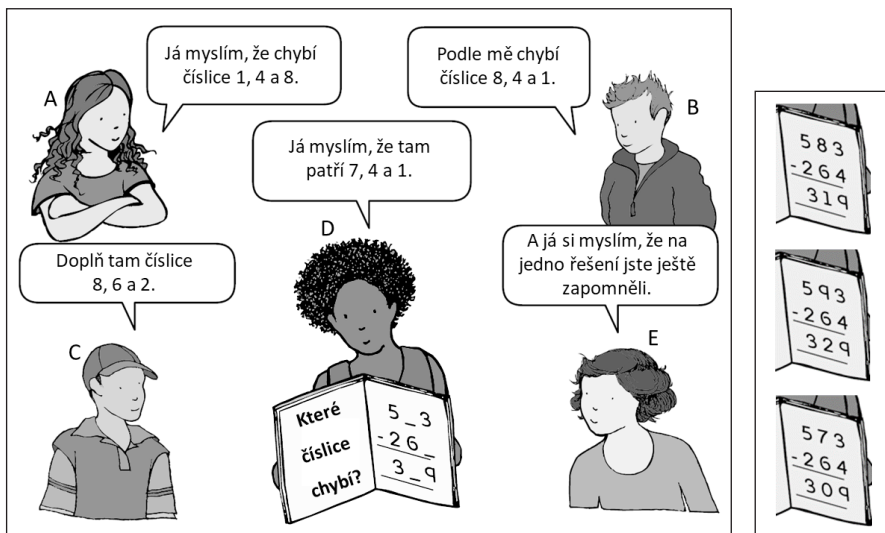
*Ukázky slovních úloh předložených účastníkům v rámci kontrolních testů*

Úloha 1	Karel a Tonda mají dohromady 68 kuliček. Karel má o 14 kuliček více než Tonda. Kolik kuliček má Tonda?
Úloha 2	Edita a Jana si společně koupily knížku. Jana na ni dala 120 Kč, Edita 74 Kč. Kolik Kč musí ještě Edita doplatit Janě, aby se na nákupu podílely stejně?
Úloha 3	Chovatel má 1/3 bílých králíků, ostatní šedivé. Dnes dá 3 šedivé králíky sousedovi a dostane za ně 3 bílé. Po této výměně stoupne podíl bílých králíků na 4/9. Kolik králíků má chovatel?
Úloha 4	Jak rozdělíme 44 dětí beze zbytku do tříčlenných a pětičlenných družstev, pokud chceme, aby tříčlenných družstev bylo méně než 10?



Obrázek P-1

Pracovní list předložený na začátku kurzu: (a) zadání, (b) všechna řešení; předloha obrázku s prázdnými bublinami a prázdnou knihou převzata z Dabell et al. (2008, 2.10)



Obrázek P-2

Pracovní list předložený na konci kurzu: (a) zadání, (b) všechna řešení; předloha obrázku s prázdnými bublinami a prázdnou knihou převzata z Dabell et al. (2008, 2.10)

