

JIŘÍ RACLAVSKÝ

EXPLIKACE DRUHŮ PRAVDIVOSTI

V této stati se budeme věnovat výlučně rigorózní explikaci pre-teoretického pojmu pravdivosti (resp. sémantické definici pravdivosti) pomocí *Transparentní intenzionální logiky* (TILky) Pavla Tichého. Pravdivost (na rozdíl od Pravdy) považujeme za uspokojivě definovatelnou a nejfrekventovanější varianty příslušného predikátu za neeliminovatelné. Níže graduálně specifikujeme tři druhy predikátu ‚být pravdivý‘. Prvý je aplikovatelný na propozice, druhý na tzv. konstrukce, třetí na výrazy. U každého druhu jsou zjištěny varianty s ohledem na případnou parcialitu, vychází tak 2 plus 4 plus 6 rozdílných desambiguovaných variant predikátu ‚být pravdivý‘.

Transparentní intenzionální logika

Naše explikace vychází z explikačního rámce navrženého Tichým, jenž se opírá o jeho TILku.¹ Ta je vlastně jakýmsi objektuálně pojímaným λ -kalkulem (λ -termy jsou viděny jako tzv. konstrukce), opírajícím se o (Churchovskou) jednoduchou teorii typů a (dost speciální) rozvětvenou teorii typů. V základě jí podléhající *teorie typů* je báze B, jejíž členy, atomické typy, jsou vybrány za účelem explikace sémantiky výrazů přirozeného jazyka. B se sestává z individuí, tj. typu ι , pravdivostních hodnot, typu o , možných světů, ω , reálných čísel (ta slouží též k reprezentaci časových okamžiků), τ . Všechny typy jsou vzájemně disjunktní, proto např. možné světy neobsahují ani individua, ani propozice. Pravdivostními hodnotami jsou pouze T a F, tj. Pravda a Nepravda. Rozmanité funkce z a do prvků atomických typů anebo z či do takovýchto funkcí jsou klasifikovány molekulárními typy. Často parciální funkce z možných světů do chronologií ζ -objektů

¹ Vysvětlení, obhajoba i detaily – zvláště definice aparátu – srov. P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic*, Berlin – New York: Walter de Gruyter 1988. Dalším zdrojem je P. Tichý: *Pavel Tichý's Collected Papers in Logic and Philosophy*, V. Svoboda – B. Jespersen – C. Cheyne (eds.), Dunedin: Otago UP – Praha: Filosofia 2004. Celá tato sekce obsahuje převyprávění Tichého (často opakovaných) názorů; níže již budeme na Tichého případné názory explicitně poukazovat.

(tj. objektů libovolného typu ζ) jsou zvány *intenze* $((\zeta\tau)\omega)$.² K nejvýznamnějším intenzím patří *propozice*, jež mají coby hodnoty pravdivostní hodnoty, $\omega_{\tau\omega}$ (což budeme zkracovat na π). Další jsou funkce z možných světů a časů do tříd ζ -objektů, $(\omega\zeta)_{\tau\omega}$, *vlastnosti ζ -objektů*, potažmo n -ární vztahy, $(\omega\zeta\dots\zeta)_{\tau\omega}$. Rozsah vlastnosti v určitém možném světě S , časovém okamžiku \check{C} , je zván *její extenzí*; komplementem této třídy je antiextenze (v důsledky parciality těchto tříd nemusí být sjednocení extenze a antiextenze univerzální třídou objektů daného typu ζ). Teorii typů je uplatněn *funkcionální princip bludného kruhu*: žádná funkce není svým argumentem či hodnotou.³

Tak jako i jiné objekty je jedna intenze konstruovatelná nekonečně mnoha *konstrukcemi*, (abstraktními) strukturovanými procedurami. Tichého konstrukce se dělí do šesti druhů. Konstantám odpovídají jednokrokové procedury zvané *trivializace* (0X , kde X je jakákoli entita). Proměnným coby znakům odpovídají *proměnné coby konstrukce* (např. proměnné možných světů, w , časových okamžiků, t). Aplikacím (funkce na argument) odpovídají *kompozice* ($[F\check{A}]$, přičemž \check{A} je řetězec konstrukcí, F je taktéž konstrukce – typicky nějaké funkce). λ -abstrakcím odpovídají *uzávěry* (např. intenze jsou konstruovány závěry tvaru $\lambda w [\lambda t [\dots w\dots t\dots]]$).⁴ Dále tu jsou konstrukce druhu *jednoduché exekuce*, 1X , jež nechávají konstruovat X , a *dvojitě exekuce*, 2X , jež nechávají konstruovat to, co konstruuje konstrukce X (je-li to konstrukce). Některé konstrukce jsou *v -nevlastní*, nekonstruují v odvislosti od (objektuálně chápané) *valuace* v nic. Kompozice $[F\check{A}]$ je v -nevlastní, pokud \check{A} ne- v -konstruuje argument, pro něž je definována funkce v -konstruovaná (je-li vůbec nějaká funkce konstruována) konstrukcí F . Jednoduchá exekuce 1X je v -nevlastní, pokud X není konstrukce. Dvojitá exekuce 2X je v -nevlastní, pokud X není konstrukce anebo pokud to, co X v -konstruuje, není konstrukce nebo je to v -nevlastní konstrukce.

Logická analýza výrazu přirozeného jazyka spočívá v určení konstrukce, kterou výraz (ve zkoumaném jazyce) *vyjadřuje*, tedy je považována za její *význam*; objekt danou konstrukcí konstruovaný je chápán coby *denotát* daného výrazu (pokud výraz denotuje intenzi, hodnota této intenze v nějakém světě-čase je *referent* tohoto výrazu).

Z definice konstrukcí plyne, že konstruuje-li konstrukce nějaký objekt, tak tento objekt je odlišný od ní samé. Proto *konstrukční princip bludného kruhu* zní: žádná konstrukce nekonstruuje samu sebe. Následkem uplatnění tohoto principu je roztřídění konstrukcí do řádů, tj. typů $*_k$ (pro $1 \leq k \leq n$, kde n jsou přirozená čísla), který je disjunktní vzhledem k jakémukoli jinému typu (např. $*_{k+1}$, $*_{k-2}$ či třeba t). Např. konstrukce-proměnná c^1 konstruuje prvnířádkové konstrukce (z typu $*$.)

² $((\zeta\tau)\omega)$ budeme zkracovat na $\zeta_{\tau\omega}$ a budeme hovořit o funkcích z možných světů a časových okamžiků do ζ -objektů.

³ Přirozeně tím rozumíme, že nesmí být součástí argumentu či součástí hodnoty. Podobně níže.

⁴ $\lambda w [\lambda t [\dots]]$ zkracujeme na $\lambda w \lambda t [\dots]$; $[[[\dots]w] t]$ zkracujeme na $[\dots]_{wt}$. Místy budeme pro vynechávání dvojic závorek užívat tečkovou konvenci (*dot convention*).

nekonstruuje též samu sebe; c^1 je druhořadovou konstrukcí (patří do typu $*_2$). Sama je konstruována až např. proměnnou c^2 , která je třetířadová; atp. Funkce z či do (i objektů nad B) jsou rovněž typově utříděny Tichého *rozvětvenou teorií typů*. Formulujme ještě *konstrukčně-funkcionální princip bludného kruhu*: žádná konstrukce nekonstruuje funkci, jejímž argumentem či hodnotou je ona sama.⁵

Dedukce a definice

Tichý pro TILku vypracoval vlastní systém *přirozené dedukce*, jež obsahuje i *pravidla substituce*. Podáme zde jen ústřední myšlenku. Klíčová je *shoda* (‘match’) $x:A$. Je to uspořádaná dvojice, jejímž prvním členem je objekt typu ζ či proměnná x , jež konstruuje objekty typu ζ , a druhým prvkem je A , což je konstrukce objektu typu ζ . Shoda je splňována valuací v , pokud x i A konstruují jeden a týž objekt. Shoda tvaru $:A$ je splňována v , pokud A nic ne- v -konstruuje. Dvojice $\phi \Rightarrow \Sigma$, jejímž prvním členem je konečná množina shod ϕ a jejímž druhým členem je shoda Σ , je zvána *sekvent*. *Pravidlem odvození* je platnost zachovávající operace na sekventech, obecně tvaru $\phi_1 \Rightarrow \Sigma_1; \dots; \phi_k \Rightarrow \Sigma_k \mid \phi \Rightarrow \Sigma$. Sekventy tvaru $x:A_1, \dots, x:A_n \Rightarrow x:A$ značme $A_1, \dots, A_n \Rightarrow_x A$. Pár sekventů tvaru $A \Rightarrow_x B, B \Rightarrow_x A$ značme $A \Leftrightarrow_x B$. Jak píše dále Tichý: „Nový objekt je často příhodně zaváděn do diskurzu pomocí odvozovacího pravidla tvaru $\mid A \Leftrightarrow_x B$, přičemž zaváděný objekt se vyskytuje v A , ale nikoli v B , a x není volná v A či B .“⁶

Je velmi příznivé chápat *definice* jako takováto odvozovací pravidla $\mid A \Leftrightarrow_x B$. Budeme je zapisovat $A \equiv B$ (přičemž výskyty volných proměnných v A i B jsou patrné z A, B). Konstrukce A , resp. B , konstruuje objekt typu ζ ; ten je níže vždy typem pravdivostních hodnot. Každá z A či B je konstrukcí, která – obsahuje-li např. volné proměnné w, t, n – může být uzavřena „uzavírací sekvencí“ jako např. $\lambda w \lambda t. \lambda n.$ (tu uvádíme po straně v závorkách a to vždy jen u první definice z celé sekce). Takto uzavřená A či B může v následujících definicích vystupovat ve svém η -redukovaném tvaru $(\lambda x_1 \dots x_n [C x_1 \dots x_n])$ je η -redukovatelná na C ; C je nějaká konstrukce). Uzavřenou η -redukovatelnou A považujeme za význam desambiguovaného predikátu ‚být pravdivý‘. (Podáme-li definici $A \equiv B$, považujeme za danou i definici ${}^0\text{-}A \equiv {}^0\text{-}B$.)

Uvedme nyní, jakého typu jsou objekty, které jsou konstruovány často užívanými konstrukcemi. Proměnné možných světů, w , resp. časových okamžiků, t , konstruují možné světy (ω -objekty), resp. časové okamžiky (τ -objekty). Proměnná n konstruuje reálná čísla (τ -objekty) a my budeme předpokládat běžnou praxi, že výrazy jsou gödelizovány, takže v systému explikace jsou reprezentovány

⁵ Formulace principů bludného kruhu se (v prvotních podobách) vyskytly již v autorových pracích J. Raclavský: Paradox lháře a jeho řešení, in V. Havlík (ed.): *Meze formalizace, analytičnosti a prostoročasu*, Praha: Filosofia 2007, s. 179–207; J. Raclavský: Lhářský paradox, význam a pravdivost, *Filosofický časopis* 56, 2008 (v tisku). Podobně pro některé z níže uvedených definic pravdivosti.

⁶ P. Tichý: *Pavel Tichý's Collected Papers...*, s. 489.

přirozenými čísly (náležícími do τ). Proměnná p konstruuje propozice, probíhá typ π . Proměnná o konstruuje pravdivostní hodnoty, o -objekty. Konstrukce c^k probíhá typ $*_k$, konstruuje tedy k -řádkové konstrukce. Negace je klasická unární pravdivostní funkce, (oo) -objekt, konjunkce pak binární, (ooo) -objekt. Rovnost (identita) je známou relací mezi ζ -objekty, tj. $(o\zeta\zeta)$ -objekt. Konstrukce identity i konjunkce vepisujeme infixně. Existenční kvantifikátor reprezentuje neprázdnou podtřídou ζ -objektů, tj. $(o(o\zeta))$ -objekt. Singularizace (Sng) jednoprvkovým třídám přiřazuje jejich prvek, v odlišném případě je nedefinována, je to $(\zeta(o\zeta))$ -objekt. Konkrétní typ ζ je patrný z kontextu konstrukce. Seznamem (necht' ,/‘ zkracuje ,konstruuje objekt typu‘): w / ω , t / τ , n / ν , p / π , o / o , $c^k / *_k$, $^0\neg / (oo)$, $^0\wedge / (ooo)$, $^0= / (o\zeta\zeta)$, $^0\exists / (o(o\zeta))$, $^0\text{Sng} / (\zeta(o\zeta))$.

Expplikace pravdivosti propozic

Je zjevné, že *pravdivostní hodnoty T a F definovatelné nejsou*. „Žádné teoretizování nemůže začít *ex nihilo*. ... dvě primitivní logické kvality – logické Ano a Ne – nemohou být definovány, protože vlastní záměr definování je předpokládá,“ píše Tichý.⁷ V systému explikace tedy nejsou definovatelné T a F, non-funkce z B. Jejich veškerá role v systému explikace je ta, že jsou napojeny na (primitivní) pre-teoretické kvality afirmace a kontra-afirmace (Ano a Ne).⁸

Propoziční pravdivost (parciální). Na rozdíl od T či F jsou definovatelné různé *druhy* pojmu pravdivosti. Nejzákladnějším druh determinuje pravdivost propozic (propoziční pravdivost), objekt typu $(o\pi)_{\tau_0}$, jež je vlastností propozic. Propozice je pravdivá jednoduše právě tehdy, pokud v S , \check{C} má coby svou hodnotu T. Je zjevné, že tato vlastnost je neproblematická a přitom odpovídá naší intuici. Propozice jsou extra-jazykovými objekty v tom smyslu, že nejsou závislé na tom či onom jazyce, tedy že různé jazyky jen mohou „komunikovat“ tutěž propozici. To dává pravdivosti nezávislost na jazyce. Jsou dvě *varianty* propoziční pravdivosti. Dle prvé je propozice pravdivá právě tehdy, když je její hodnotou (v S , \check{C}) pravdivostní hodnota T; zákonitě: je nepravdivá, když je to F:

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{p\pi}_{wr} p] \equiv [p_{wr} \text{ } ^0= \text{ } ^0T] \quad (\lambda w \lambda t. \lambda p.)$$

Příslušný predikát je tedy „redundantní“, k propozici na pravdivosti nic nepřidává, ani neubírá. Jeho „eliminovatelnost“ je zvláště patrná z alternativní definice se simplifikovaným definiens:

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{p\pi}_{wr} p] \equiv p_{wr}$$

Uvědomme si, že pokud je hodnotou p propozice nedefinovaná v S , \check{C} , definiens ji nepřidá ani T, ani F. Nezařadí ji tak ani do extenze, ani do antiextenze příslušné vlastnosti.

Propoziční pravdivost (totální). V každodenním diskurzu se setkáváme i s větami, jež denotují propozice, které aktuálně pravdivé či nepravdivé nejsou, např.

⁷ P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic...*, s. 199.

⁸ Blíže *tamtéž*, § 38.

„Kráľ Francie je holohlavý“. Mluví se o příslušných propozicích běžně vyjadřují jako o nikoli pravdivých (,is not true‘, nikoli ,is false‘). Někteří trojhodnotoví logici pojali „děravost“ propozice (absenci pravdivostní hodnoty) jako přirozený případ hodný užití „totalizujícího“ predikátu pravdivosti propozic. Toto podporujeme nikoli z důvodu, že by TILka byla nějakou trojhodnotovou logikou s pravdivostní hodnotou \perp , ale proto, že TILka pracuje s parciálními funkcemi a propozice často parciální jsou. Jsme tedy přesvědčeni, že přirozený predikát propoziční pravdivosti je právě ten totalizující. Rozdíl mezi oběma variantami je vyznačován v zápisu jimi vyjádřených konstrukcí napravo v horním indexu pomocí $^{\text{P}^c}$ (parciální), $^{\text{T}^c}$ (totální).⁹ Totalizace je dosaženo pomocí (klasického) existenčního kvantifikátoru, který vrací F jakékoli totální či parciální charakteristické funkci, která nepřiznává pravdivostní hodnotu T ani jednomu ζ -objektu. Propozice nedefinovaná v S , \check{C} bude řazena do antiextenze příslušné vlastnosti „být pravdivý“ $^{\text{T}^c}$. Následující definiens slovně – existuje pravdivostní hodnota, kterou má propozice p (v S , \check{C}) a tato je identická s T. Tedy:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{\text{wr}}^{\text{T}^c} p] \equiv [{}^0\exists \lambda o [[p_{\text{wr}}{}^0 = o] \wedge [o{}^0 = {}^0\text{T}]]]$$

Sám Tichý kdysi uplatnil jinou definici.¹⁰ Mějme: $b / (\sigma\tau)$, ${}^0\Delta_1 / (o((\sigma\tau)\omega) \omega(\sigma\tau))$, ${}^0\Delta_2 / (o(\sigma\tau) \tau o)$. Δ je ternární relace mezi objekty typu ($\zeta\zeta$), ζ , ζ taková, že propojuje (,links‘) nebo proti-propojuje (,counterlinks‘) ($\zeta\zeta$)-objekt s ζ -objektem a ζ -objektem v souladu s tím, zdali ($\zeta\zeta$)-objekt zobrazuje či nezobrazuje ζ -objekt na ζ -objekt. Nuže:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{\text{wr}}^{\text{T}^c} p] \equiv [{}^0\exists \lambda b [[{}^0\Delta_1 p w b] \wedge [{}^0\Delta_2 b t {}^0\text{T}]]]$$

Explicace pravdivosti konstrukcí

Konstrukční pravdivost (parciální). V rámci TILky jsme o konstrukcích nejen s to hovořit, ale rovněž jsme s to jim přisuzovat pravdivost. Podobně jako v případě propoziční pravdivosti je konstrukční pravdivost extra-jazykovou záležitostí. Vzhledem k tomu, že máme konstrukce n různých řádů, máme i n odlišných vlastností konstrukční pravdivosti v každé z variant. Obecně je to $(o^k_{\tau\omega})$ -objekt. Poměrně přirozenou variantou predikátu konstrukční pravdivosti je netotalizující, parciální predikát. Nemá totiž třeba příliš smysl klasifikovat ${}^0\text{PavelTichý}$ či w coby konstrukci pravdivou či nepravdivou. Čili chceme, aby se pravdivost konstrukce odvíjela od toho, že daná konstrukce konstruuje propozici, jež je, nebo není pravdivá. V definiens proto uijeme konstrukci parciální propoziční pravdivosti. Proměnná c^k konstruuje konstrukce typu *_k . Abychom se dostali k tomu, co určitá hodnota c^k , tj. určitá k -řádová konstrukce C^k , konstruuje, tak proměnnou c^k podrobíme dvojité exekuci:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{\text{wr}}^{\text{P}^*k} c^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}_{\text{wr}}^{\text{P}^c} {}^2c^k] \quad (\lambda w \lambda t. \lambda c^k.)$$

⁹ $^{\text{P}^c}$ znamená, že se týká propozic; níže *_k , že se týká k -řádových konstrukcí.

¹⁰ P. Tichý: *Pavel Tichý's Collected Papers...*, s. 489.

Definiens můžeme simplifikovat (napřed je vykonáno ${}^2c^k$, poté je případně získaná propozice aplikována na hodnoty w, t):

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{P^*k}_{wt} c^k] \equiv {}^2c^k_{wt}$$

Takto specifikovaný parciální predikát konstrukční pravdivosti má *presupozici*, že existuje propozice konstruovaná příslušnou k -řádovou konstrukcí C^k , přesněji, že existuje pravdivostní hodnota této propozice (propozice, které takovéto nejsou, nejsou zařazeny ani do extenze, ani do antiextenze vymezené vlastnosti).

Konstrukční pravdivost (totální). Totalizující varianta má definici následující:

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{T^*k}_{wt} c^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}^{T\pi}_{wt} {}^2c^k]$$

Neboli (dosazení na základě definice totální propoziční pravdivosti, vlastně jde o „teorém“):

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{T^*k}_{wt} c^k] \equiv [{}^0\exists.\lambda o [[{}^2c^k_{wt} {}^0= o] {}^0 \wedge [o {}^0= {}^0T]]]$$

Definiens v -konstruuje F i tehdy, když je ${}^2c^k$ v -nevlastní, což obnáší případ, že hodnota c^k , tj. C^k , nekonstruuje žádný objekt. Definiens v -konstruuje F i v případě, že C^k sice něco konstruuje, ale nikoli propozici, takže ${}^2c^k_{wt}$ ne- v -konstruuje žádnou pravdivostní hodnotu. Definiens v -konstruuje F i v případě, že C^k konstruuje propozici nedefinovanou pro hodnoty w, t (čili ${}^2c^k_{wt}$ je opět v -nevlastní). Vidíme, že tento predikát je pro své totalizování (každá konstrukce je zařazena do extenze nebo antiextenze oné vlastnosti) poněkud nepřirozený.

Tichý v *The Foundations of Frege's Logic* sice užívá propoziční pravdivost (značena Q), nicméně ji nijak nedefinuje, ani necharakterizuje.¹¹ Podobně je tomu s konstrukční pravdivostí (Q^1), která je alespoň charakterizována jako „vlastnost instanciovaná prvořádovou konstrukcí tehdy a jen tehdy, když dodává pravdivou propozici“.¹² Snad měl Tichý na mysli totální konstrukční pravdivost.

Konstrukční pravdivost (parciální-totální). Konstrukce jsou typicky významy výrazů přirozeného jazyka, přičemž pravdivost výrazů je založena na pravdivosti konstrukcí jimi vyjadřovaných. Níže uvidíme, že by pro nás byla vhodná taková varianta konstrukční pravdivosti, která je kombinací varianty parciální a totální. Tato konstrukční varianta bude taková, že s tou parciální bude sdílet to, že konstrukce nekonstruující propozice (konstruující např. individuum, v extrémním případě dokonce nic) nezařadí ani do extenze, ani do antiextenze příslušné vlastnosti. S totální variantou bude sdílet (kromě jiného) to, že konstrukce propozic nedefinovaných v S, \check{C} zařadí do antiextenze oné vlastnosti. Z tohoto je patrné, že budeme chtít nechat konstruovat příslušnou konstrukci C^k , získat jí případně konstruovanou propozici P a tu předat k prošetření na pravdivost v totálním smyslu. Protože však proměnná p , nezbytná k onomu předání a prošetření, nesmí být v definiens volná, musí jí předcházet existenční kvantifikátor. Ovšem kdyby se tento nacházel na začátku definiens, „totalizoval“ by, čili té parciality, kterou chceme, by nebylo dosaženo. Potřebovali bychom tedy, aby existenční kvantifikátor přišel do hry jedině až poté, co od C^k získáme nějakou propozici P . Sestavit vhodné definiens je poměrně obtížné. Naše řešení využívá hned tři speciálních

¹¹ P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic...*, s. 218.

¹² *Tamtéž*, s. 225.

nástrojů vrcholné Tichého TILky.¹³ Nejprve uvažme *substituční funkci* (Subst^k), objekt typu $(* * * *)$. Její užití v kompozici $[{}^0\text{Subst}^k {}^0C_1^k {}^0C_2^k {}^0C_3^k]$ vede k tomu, že (trivializací uchopená) konstrukce C_1^k je dosazena za (trivializací uchopenou) C_2^k v (trivializací uchopené) C_3^k , přičemž celá kompozice konstruuje výsledek, jímž je C_4^k . (Mj. k -řádové konstrukce, na nichž Subst^k operuje nemusí být všechny vzájemně odlišné.) Dvojitá exekuce této kompozice, totiž ${}^2[{}^0\text{Subst}^k {}^0C_1^k {}^0C_2^k {}^0C_3^k]$, konstruuje tak, že nejprve provede $[{}^0\text{Subst}^k {}^0C_1^k {}^0C_2^k {}^0C_3^k]$, a poté získaný výsledek (tj. C_4^k) rovněž provede, tj. nechá konstruovat. Čelá tato dvojitá exekuce může z různých důvodů selhat, být v -nevlastní. Dále: pro entity kteréhokoliv z typů existuje jedno-jednoznačné (totální) zobrazení $\text{Triv}^{(*k\zeta)}$, *trivializační funkce*, která dané ζ -objekty zobrazuje na jejich (k -řádové) trivializace. Trivializační funkci uplatníme v místě ${}^0C_1^k$ tak, že bude aplikována na případně předem získanou propozici; tuto pomocí $\text{Triv}^{(*k\pi)}$ povedeme k její trivializaci. Kýžená definice parciální-totální konstrukční pravdivosti je následovná:¹⁴

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{\text{PT}^*k} c^k] \equiv {}^2[{}^0\text{Subst}^k [{}^0\text{Triv}^{(*k\pi)} [{}^0\text{Sng}.\lambda p [p = {}^2c^k]]] {}^0c^k \\ {}^0[{}^0\exists.\lambda o [[{}^2c^k_{\text{wr}} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0T]]]]$$

Vysvětlení pro případy, kdy hodnotou c^k je konstrukce C^k konstruující propozici P . Konstrukce $[{}^0\text{Sng}.\lambda p [p = {}^2c^k]]$ obsahuje jediný volný výskyt proměnné c^k v celém definiens.¹⁵ Je-li hodnotou c^k uvažovaná C^k , kompozice $[{}^0\text{Sng}.\lambda p [p = {}^2c^k]]$ konstruuje propozici P konstruovanou onou C^k . $\text{Triv}^{(*k\pi)}$ tuto P zobrazí na 0P . Subst^k dosadí 0P za ${}^2c^k$ v $[{}^0\exists.\lambda o [[{}^2c^k_{\text{wr}} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0T]]]$.¹⁶ V tomto spočívá první exekuční krok. Druhý exekuční krok spočívá ve vykonání rezultátu prvního kroku, jímž je de facto $[{}^0\exists.\lambda o [[{}^0P_{\text{wr}} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0T]]]$. Jak už víme, tato konstrukce konstruuje T či F v souladu s tím, zda propozice jako P je či není pravdivá (je-li bez pravdivostní hodnoty, je konstruována F). Vysvětlení pro případy, kdy hodnotou c^k není konstrukce C^k konstruující propozici (ale třeba objekt typu ι , v extrémním případě dokonce vůbec nic). Je-li hodnotou c^k takováto C^k , kompozice $[{}^0\text{Sng}.\lambda p [p = {}^2c^k]]$ ne- v -konstruuje nic, je v -nevlastní konstrukcí (neboť žádná propozice z hodnot p není identická s nepropozičním objektem – je-li tou C^k vůbec nějaký objekt konstruován). Protože nebyl získán objekt typu π , $\text{Triv}^{(*k\pi)}$ nedostala argument, „nedělá“ tedy nic. Čili $[{}^0\text{Triv}^{(*k\pi)} [{}^0\text{Sng}.\lambda p [p = {}^2c^k]]]$ je v -nevlastní, nekonstruuje nic. Subst^k nedostala argument, „nedělá“ tedy nic. Celá konstrukce za (první) ${}^2c^k$ je proto v -nevlastní, nekonstruuje nic. Takže v takovýchto případech je v -nevlastní celé definiens, žádná pravdivostní hodnota jím není v -konstruována. Neboli *presupozicí* bylo, že aby definiens konstruovalo jednu určitou pravdivostní hodnotu, musí existovat propozice konstruovaná kon-

¹³ K Subst srov. P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic...*, s. 75, k Triv srov. *tamtéž*, s. 68, k uplatnění Triv v kompozici se Subst srov. *tamtéž*, s. 75.

¹⁴ Mj. definiens a tudíž i definiendum je $k+2$ -řádová konstrukce. Poznamenejme ještě, že při perfekcionistačím výkladu by v definiens namísto $[{}^0\exists.\lambda o [[{}^2c^k_{\text{wr}} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0T]]]$ bylo uvedeno správnější $[{}^0\text{Pravdivý}^{\text{PT}^*k} {}^2c^k]$; podobně níže.

¹⁵ Zbýlé dva jsou vázané – jedna trivializace váže c^k v ${}^2c^k$, druhá trivializace váže výskyt c^k v $[{}^0\exists.\lambda o [[{}^2c^k_{\text{wr}} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0T]]]$.

¹⁶ Uvědomme si, že musíme substituovat za ${}^2c^k$, nikoli jen za c^k .

strukcí [${}^0\text{Sng}.\lambda p [p \text{ }^0= \text{}^2c^k]$]. Tento pojem konstrukční pravdivosti považujeme za materiálně nejadekvátnější.

Konstrukční pravdivost (parciální-parciální). Pro úplnost dodáváme čtvrtou variantu, která obsahuje analogon definiens parciální propoziční pravdivosti (v jednoduché podobě by šlo prostě jen o ${}^2c^k_{wr}$):

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{pp^*k}_{wr} c^k] \equiv [{}^0\text{Subst}^k [{}^0\text{Triv}^{(*k\pi)} [{}^0\text{Sng}.\lambda p [p \text{ }^0= \text{}^2c^k]]] \text{}^0c^k \\ [{}^2c^k_{wr} \text{}^0= \text{}^0T]]$$

Explicace pravdivosti výrazů

To, zda nějaký výraz je pravdivý či nikoli, je fundamentálně odvislé od toho, zdali je pravdivé či nepravdivé, co tento výraz sděluje. Ovšem to, co výraz sděluje, *kerou konstrukci vyjadřuje*, je odvislé od toho, v kterém je to jazyce. Tak například ‚Es regnet‘ je výraz, který může být pravdivý v němčině, v češtině je ale daná sekvence znaků významuprostá – a coby taková nemůže být přísně vzato pravdivá či nepravdivá. *Pravdivost coby vlastnost výrazů je tedy neoddiskutovatelně relativizována k jazyku*. Tato žádným teoretikem pravdy dosud řádně nevyslovená skutečnost je Tichého klíčovým příspěvkem v *The Foundations of Frege's Logic*.¹⁷ Názory na to, co je jazyk, se jistě různí. Je však plně materiálně adekvátní považovat jazyk za systém, který přinejmenším zahrnuje jakýsi kód. Tento kód je zobrazením z výrazů do významů. V případě TILky jsou pak významy konstrukcemi. Neboli *k-řádomý kód*, J^k , je *parciálním zobrazením z reálných čísel do k-řádomých konstrukcí* (obor hodnot kódu je tedy $*$), neboli jde o $(*_k \tau)$ -objekt. Pravdivost výrazů je vlastností výrazů, tedy $(\sigma\tau)_{\tau\omega}$ -objekt.¹⁸ V důsledku explicace nám vznikla hierarchie objektuálně pojatých jazyků-kódů, jakou neměl ani Russell (jenž o jazycích nemluvil) ani Tarski (jenž vlastně nemluvil o významech výrazů). V souladu s konstrukčně-funkcionálním principem bludného kruhu platí, že jméno ‚ J^k ‘ nemá význam v J^k , ale až v meta-kódu J^{k+1} (je jím $k+1$ -řádomá konstrukce ${}^0J^k$), neboť ${}^0J^k$ nemůže sama být v oboru hodnot zobrazení, jež konstruuje. Je přirozené předpokládat, že výrazy (jež jsou v oboru n reprezentovány svými gödelovskými čísly) jsou sdíleny všemi kódy z hierarchie $1 - n$.¹⁹

Pravdivost výrazů (parciální). Můžeme explicovat několik variant pravdivosti výrazů, parciální definujeme takto:

$$[{}^0\text{Pravdivý}^p_{wr} n \text{}^0J^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}^{p^*k}_{wr} [{}^0J^k n]] \quad (\lambda w \lambda t. \lambda n.)$$

Konstrukce $[{}^0J^k n]$ v -konstruuje k -řádomou konstrukci C^k , pokud je výraz, jež je hodnotou n , v J^k významuplný. Pravdivost výrazu se dále odvíjí od toho, zdali C^k konstruuje propozici a zdali tato propozice je pravdivá či nepravdivá. Je-li J^k (k -řádomou) češtinou, výrazy ‚Es regnet‘, ‚Pavel Tichý‘, avšak ani ‚Kráľ Francie

¹⁷ P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic...*, § 43–44.

¹⁸ Až potud v zásadě Tichý (*tamtéž*, § 44), byť pravdivost výrazů relativizuje k propozicím a o podmínce významuplnosti vlastně vůbec nehovoří.

¹⁹ V Tichého díle nelze mnou uváděná tvrzení nijak doložit.

je holohlavý^c nespádají ani do extenze ani do antiextenze příslušné vlastnosti. (Alternativní definice: $[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^P n^0 J^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{P\pi} {}^2[{}^0 J^k n]]$.)

Pravdivost výrazů (totální). Jedna z nejpřirozenějších variant je varianta totální:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^T n^0 J^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{T^*k} [{}^0 J^k n]]$$

(alternativně: $[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^T n^0 J^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{T\pi} {}^2[{}^0 J^k n]]$). Uvědomme si, že jde (na základě dosazení – „teorém^c“) vlastně o:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^T n^0 J^k] \equiv [{}^0\exists \lambda o [[{}^2[{}^0 J^k n]_{wr} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0 T]]]$$

Takže jakýkoli výraz – tj. také ‚Es regnet‘, ‚Pavel Tichý‘, ‚Král Francie je holohlavý‘ – je řazen do extenze či antiextenze takto explikované vlastnosti pravdivosti výrazů.

Tichý v *The Foundations of Frege's Logic*²⁰ definoval predikát pravdivosti výrazů, nicméně zjevně jde právě o totální variantu, jen s jiným definiens (${}^0\Gamma^{(\pi^*k)}$ / (π^*k) ; $\Gamma^{(\pi^*k)}$ jakoby zastupuje roli dvojité exekuce; propoziční pravdivost snad Tichý myslel v totálním smyslu):

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^T n] \equiv [{}^0\exists \lambda p [[p = {}^0\Gamma^{(\pi^*k)} [{}^0 J^k n]]] {}^0 \wedge [{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{T\pi} p]]]$$

Pravdivost výrazů (parciální-totální). Dle nás nejpřirozenější explikací predikátu ‚být pravdivý^c aplikovatelného na výrazy je až ta hned následující. Vystihuje naše přesvědčení, že daný výraz musí být nejdříve významuplný v J^k (první presupozice), dále že tento význam-konstrukce má determinovat propozici (druhá presupozice), přičemž tato propozice je pravdivá anebo není pravdivá (totální propoziční pravdivost). Definice je založena na parciální-totální konstrukční pravdivosti:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{PT} n^0 J^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{PT^*k} [{}^0 J^k n]]$$

Díky substituci do definiens máme (coby „teorém^c“):

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{PT} n^0 J^k] \equiv {}^2[{}^0\text{Subst}^k [{}^0\text{Triv}^{(*k\pi)} [{}^0\text{Sng} \lambda p [p = {}^2[{}^0 J^k n]]]]] {}^0 {}^2 c^k$$

$${}^0[{}^0\exists \lambda o [[{}^2 c^k_{wr} = o] {}^0 \wedge [o = {}^0 T]]]$$

Je-li J^k (k -řadovou) češtinou, ‚Král Francie je holohlavý^c spadá do antiextenze této vlastnosti. Výraz ‚Pavel Tichý‘ nespádá ani do její extenze, ani do její antiextenze – ač je to výraz významuplný, vyjadřuje konstrukci individua, nikoli propozice. Ani výraz ‚Es regnet‘ nespádá do její extenze, či do její antiextenze, neboť je v tomto kódu významuprostý.

Pravdivost výrazů (parciální-parciální). Patrně velmi vzácně je užíván predikát, který se od právě specifikovaného parciálního-totálního liší jen tím, že ‚Král Francie je holohlavý^c (k -řadové) češtiny není řazen ani do extenze, ani do antiextenze této vlastnosti:

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{PP} n^0 J^k] \equiv [{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{PP^*k} [{}^0 J^k n]]$$

neboli („teorém^c“):

$$[{}^0\text{Pravdivý}_{wr}^{PP} n^0 J^k] \equiv {}^2[{}^0\text{Subst}^k [{}^0\text{Triv}^{(*k\pi)} [{}^0\text{Sng} \lambda p [p = {}^2 c^k]]] {}^0 {}^2 c^k$$

$${}^0[{}^2 c^k_{wr} = {}^0 T]]]$$

Pravdivost výrazů (parciální-totální-totální). Pro úplnost dodáváme dvě definice pro podobně vzácné varianty predikátu ‚být pravdivý^c. V obou neprošetřujeme to, zdali výraz v J^k vyjadřuje konstrukci propozice, ale pouze zdali v J^k

²⁰ P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic...*, s. 229.

vyjadřuje aspoň nějakou konstrukci. Následující definiens do antiextenze příslušné vlastnosti zařadí všechny významuplné výrazy J^k , které neoznačují pravdivou propozici, výrazy významuprázdné však nezařadí ani do extenze, ani do antiextenze:

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{\text{PTT}} n {}^0J^k] \equiv {}^2[{}^0\text{Subst}^k [{}^0J^k n] {}^{02}c^k \\ {}^0[{}^0\exists.\lambda o [[{}^2c^k_{wr} {}^0= o] {}^0 \wedge [o {}^0= {}^0T]]]]$$

Pravdivost výrazů (parciální–parciální–parciální). V souladu s následujícím budou do extenze příslušné vlastnosti zařazeny jen výrazy denotující v J^k pravdivou propozici, do její antiextenze pouze výrazy denotující nepravdivou propozici. Výrazy denotující propozici nedefinovanou nebudou rozřazeny, výrazy denotující jiné objekty než propozice rovněž. Také nebudou rozřazeny výrazy nedenotující nic, popř. nevyjadřující nic. Nuže:

$$[{}^0\text{Pravdivý}^{\text{PPP}}_{wr} n {}^0J^k] \equiv {}^2[{}^0\text{Subst}^k [{}^0J^k n] {}^{02}c^k {}^0[{}^2c^k_{wr} {}^0= {}^0T]]$$

(Jsou-li dány výše uváděné definice specifikující varianty predikátu „být pravdivý v J^k “, je samozřejmě snadné sestavit definice specifikující varianty predikátu denotujícího varianty vztahu „být (výraz) pravdivý (v k -řádomém jazyce-kódu)“, což jsou $(\sigma\tau^*_k)$ -objekty – výskyty ${}^0J^k$ v definicích výše se nahradí pomocí proměnné j^k , jež probíhá typ $(*_k\tau)$, a namísto $\lambda w\lambda t.\lambda n$. bude $\lambda w\lambda t.\lambda n j^k$.)

Závěrem: lze nahlédnout, že lhářské paradoxy jsou řešitelné, pokud si uvědomíme jazykovou relativnost pravdivosti výrazů, která je v lhářských větách typicky uváděna. Pro příklad mějme větu L, „L je nepravdivá (v J^k)“. Přes prvotní zdání nemá věta L význam v J^k , neboť „ J^k “ – a proto (díky kompozicionalitě významu) také „je nepravdivá (v J^k)“ – jsou bez významu v J^k . Protože v něm nemohou být pravdivé či nepravdivé, kontradikce, a tedy paradox, nevzniká.²¹

*

Shrnutí: Prostředky Tichého Transparentní intenzionální logiky v této stati rigorózně explikujeme tři druhy predikátu „být pravdivý“ (jde tedy o tři typy vlastností). První se týká propozic (potažmo denotátů vět), druhý konstrukcí (potažmo významů výrazů), třetí výrazů. Díky případné parciálnosti funkcí či nevlastnosti konstrukcí je u každého druhu rozeznávána varianta parciální a totální, u druhého a třetího druhu i varianta parciální–totální (ta je nejpřirozenější) a parciální–parciální (u třetího druhu jsou ještě jejich dvě zkřížené varianty). Pravdivost výrazů je relativizována k jazyku.

Klíčová slova: pravdivost; sémantická definice pravdy; rozvětvená teorie typů; Transparentní intenzionální logika

²¹ Srov. P. Tichý: *The Foundations of Frege's Logic...*, § 44. Vysvětlení, obhajoba a aplikace na Tichým nezkoumané druhy lhářských paradoxů viz J. Raclavský: Lhářský paradox, význam a pravdivost... (Aplikace na další sémantické paradoxy autor do tisku v současnosti připravuje.)

EXPLICATIONS OF BEING TRUTH

Three kinds of truth-predicate are explicated by means of Pavel Tichý's transparent intensional logic. The first applies to propositions; the second applies to so-called constructions (some of them construct propositions); the third applies to expressions (usually expressing constructions). Since mappings may be partial and constructions may be abortive, a partial and a total variant correspond to each kind. To the second and the third kind it corresponds also a partial-total variant (which is the most natural one), and a partial-partial variant too (for the last kind they exist two combinations of the two preceding versions). The truth of expressions is language-relative.

Keywords: truth-predicate; semantic definition of truth; ramified hierarchy of types; transparent intensional logic

