Štěpán, Jan

Normativní logika s kvantifikátory

Sborník prací Filozofické fakulty brněnské univerzity. B, Řada filozofická.
1983, vol. 32, iss. B30, pp. [67]-74

SBORNÍK PRACÍ FILOZOFICKÉ FAKULTY BRNĚNSKÉ UNIVERZITY
STUDIA MINORA FACULTATIS PHILOSOPHICAE UNIVERSITATIS BRUNENSIS
B 30, 1983

JAN ŠTĚPÁN

NORMATIVNÍ LOGIKA S KVANTIFIKÁTORY

Systémy normativní logiky vybudované na bázi výrokové logiky lze dnes považovat již za klasické. Problém vytvoření normativní logiky na základě predikátové logiky prvního řádu dosud nebyl systematicky zkoumán. V tomto článku hodláme poukázat na některé aspekty adekvátní formulace norem pomocí výroků analyzovaných na zmíněné rozlišovací úrovni, výsledky přizpůsobit a implementovat do osvědčených systémů normativní logiky a navrhnout potřebné modifikace.

Vycházejíce z výrokové logiky můžeme formulovat normativní logiku dvěma způsoby — jako tzv. monadickou nebo tzv. dyadickou logiku, které si dále popíšeme. Budeme zde používat toto označení: p, q, r, ... — výrokové proměnné; x, y, ... — individuální proměnné; A, B, ... — predikátové konstanty; $\neg$ — negace, $\wedge$ — konjunkce, $\vee$ — disjunkce, $\rightarrow$ — materiální implikace, $\leftrightarrow$ — ekvivalence, $\forall$ — obecný kvantifikátor, $\exists$ — existenční kvantifikátor. Výraz Op bude označovat „je přikázána činnost, která vede ke stavu popsanému výrokem p", Fp — „je zakázána činnost, která vede ke stavu popsanému výrokem p", Pp — „je povolena činnost, která vede ke stavu popsanému výrokem p" a Ip — „je (normativně) indiferentní činnost, která vede ke stavu popsanému výrokem p“.

Při formulaci monadické normativní logiky vycházíme z nějakého axiomatického systému výrokové logiky. Abecedu příslušného jazyka rozšiřujeme o logickou konstantu O. Definice správně utvořených formulí monadické normativní logiky pak zní:

1. je-li výraz X správně utvořenou formulí výrokové logiky, pak výraz OX je správně utvořenou formulí monadické normativní logiky;
2. jsou-li výrazy X a Y správně utvořenými formulemi monadické normativní logiky, pak jsou jimi i výrazy $\neg X$, $X \wedge Y$, $X \vee Y$, $X \rightarrow Y$ a $X \leftrightarrow Y$.

Množina axiomů monadické normativní logiky obsahuje kromě axiomů klasické výrokové logiky dva axiomy, charakterizující funktor O:

A1. $\neg(Op \wedge O\neg p)$
A2. $O(p \wedge q) \leftrightarrow (Op \wedge Oq)$

Odvozovacími pravidly v tomto systému jsou

P1. Pravidlo substituce správně utvořené formule výrokové logiky za výrokovou proměnnou v libovolné odvoditelné formuli

P2. Pravidlo odloučení

P3. Pravidlo extenzionality, dovolující zaměnit v libovolné odvoditelné formuli jeden či více výskytů nějaké správně utvořené formule formulí, která je s ní v tomto systému ekvivalentní

P4. Pravidlo substituce správně utvořené formule normativní logiky za výrokovou proměnnou v odvoditelné formuli klasické výrokové logiky.

Tato normativní logika[1] je deonticky bezesporná a deonticky úplná, přičemž první z těchto principů je vyjádřen axiomem A1 a druhý lze symbolicky zapsat

$$Op \vee Fp \vee Ip.$$ [2]

Vzhledem ke splnění principu deontické úplnosti lze pomocí funktoru O definovat ostatní následujícím způsobem:

$$Fp = df\ O\neg p$$

$$Pp = df\ \neg Fp$$

$$Ip = df\ Pp \wedge P\neg p.$$

Vztahy mezi základními deontickými modalitami — příkazem, zákazem a povolením, platné ve výše uvedeném systému, lze demonstrovat následujícím schématem — deontickým čtvercem:

$$\begin{tikzcd} Op \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & Fp \arrow[d, dash] \\ Pp \arrow[r, dash] & P\neg p \end{tikzcd}$$

Vztah mezi Op a Fp nazveme D-kontrárností a platí pro něj

$$\neg(Op \wedge Fp),$$

tedy tyto dvě modality se vylučují, žádné jednání není současně přikázáno i zakázáno.

Vztah mezi Pp a $P\neg p$ nazveme D-subkontrárností a platí pro něj

$$Pp \vee P\neg p,$$

tedy o každém jednání platí, že je povoleno nebo je povoleno jednání opačné.

Vztah mezi Op a Pp, resp. mezi Fp a $P\neg p$ nazveme D-subordinací a platí

$$Op \rightarrow Pp,\ \neg Pp \rightarrow \neg Op, \text{ resp. } Fp \rightarrow P\neg p,\ \neg P\neg p \rightarrow \neg Fp.$$

Vztah mezi Fp a Pp, resp. mezi Op a $P\neg p$ nazveme D-kontrapozicí a platí

$$Fp \leftrightarrow \neg Pp,\ Pp \leftrightarrow \neg Fp,\ Fp \vee Pp,\ \neg(Fp \wedge Pp), \text{ resp.}$$

$$Op \leftrightarrow \neg P\neg p,\ P\neg p \leftrightarrow \neg Op,\ Op \vee P\neg p,\ \neg(Op \wedge P\neg p).$$

[1] Viz von Wright, G. H.: *Deontic Logic.* Mind 60, 1951.

[2] Viz Ivin, A. A.: *Logika norm.* Moskva 1973.

Jde zde zřejmě vesměs o vztahy, které odpovídají intuitivní představě o deontických modalitách a jejich splnění musíme požadovat — bez ohledu na konkrétní formulaci — od každé normativní logiky, která si činí nárok na praktickou aplikovatelnost.

Dyadická normativní logika byla vytvořena za účelem eliminace paradoxů monadické logiky[3] vyplývajících z použití materiální implikace pro formalizaci hypotetických norem.[4] Symboly, které jsme použili pro deontické funktory, se nyní budou vyskytovat ve složitějších konstrukcích. Výraz $O(p/q)$ bude označovat (zjednodušeně řečeno) „je přikázáno dělat p v případě, že je splněno q“, $F(p/q)$ — „je zakázáno dělat p v případě, že je splněno q“, $P(p/q)$ — „je povoleno dělat p v případě, že je splněno q“ a $I(p/q)$ — „je (normativně) indiferentní p v případě, že je splněno q“.

Při budování systému dyadické normativní logiky opět vycházíme z nějakého axiomatického systému klasické výrokové logiky, jejíž jazyk je obohacen o konstantu O. Správně utvořené formule dyadické normativní logiky definujeme takto:

1. jsou-li výrazy X a Y správně utvořenými formulemi výrokové logiky, pak výraz $O(X/Y)$ je správně utvořenou formulí dyadické normativní logiky;
2. jsou-li výrazy X a Y správně utvořenými formulemi dyadické normativní logiky, pak jsou jimi i výrazy $\neg X$, $X \wedge Y$, $X \vee Y$, $X \rightarrow Y$ a $X \leftrightarrow Y$.

Množina axiomů dyadické normativní sestává (kromě axiomů klasické výrokové logiky) z těchto prvků:

A'1. $\neg(O(p/q) \wedge O(\neg p/q))$

A'2. $O(p \wedge q/r) \leftrightarrow (O(p/r) \wedge O(q/r))$

A'3. $O(p/q \vee r) \leftrightarrow (O(p/q) \wedge O(p/r))$

Odvozovací pravidla jsou táž, jako pro monadickou normativní logiku, tj. P1—P4.

I tento systém[5] je deonticky bezesporný a úplný, lze tudíž pomocí primitivního funktoru O definovat ostatní takto:

$$F(p/q) = df\, O(\neg p/q)$$

$$P(p/q = df\, \neg F(p/q)$$

$$I(p/q) = df\, P(p/q) \wedge P(\neg p/q).$$

Monadické deontické funktory lze v tomto systému reprezentovat takovými formulemi, v nichž výraz za lomítkem je libovolnou tautologií výrokové logiky. Tedy např. pro elementární monadické formule

$$Op,\ Fp,\ Pp,\ Ip$$

jsou analogickými dyadickými formulemi např.

$$O(p/q \vee \neg q),\ F(p/q \vee \neg q),\ P(p/q \vee \neg q),\ I(p/q \vee \neg q).$$

---

[3] Viz např. Ross, A.: *Imperatives and Logic.* Theoria 7, 1941. nebo von Wright, G. H.: *An Essay in Modal Logic.* Amsterdam 1951.

[4] Viz např. Weinberger, O.: *Logika.* Praha 1964.

[5] Viz von Wright, G. H.: *A New System of Deontic Logic.* Danish Yearbook of Philosophy 1, 1964.

Systémy dyadické normativní logiky jsou již poměrně vhodným nástrojem pro formalizaci hypotetických norem, ovšem s tím, že se musíme omezit na neanalyzované elementární výroky ať už jde o formulaci vlastních norem nebo jejich podmínek — hypotéz.

Obtíže, které brání vybudování normativní logiky na bázi predikátové logiky se týkají především použití kvantifikátorů. Pro kvantifikátory zde nemohou být zcela uznány vztahy resp. zákony, proti nimž jinak — v klasické verzi — nemůže být námitek. Už jen vzájemná převoditelnost obecného a existenčního kvantifikátoru, postulovaná v De Morganových zákonech,[6] naráží přinejmenším na interpretační potíže. Uvážíme-li totiž obecnou přikazovací normu — v symbolickém zápisu

$$O\forall x A(x), \tag{1}$$

lze její nenormativní část — obecný výrok — ekvivalentně vyjádřit na základě De Morganových zákonů pro kvantifikátory a obdržíme formuli

$$O \neg\exists x \neg A(x). \tag{2}$$

Tento výraz však můžeme zjednodušit na základě vzájemné definovatelnosti příkazu a zákazu na normu zakazovací

$$F\exists x \neg A(x). \tag{3}$$

Výraz (1) je nejjednodušší možné vyjádření normy pomocí symboliky predikátové logiky. Individuální proměnná x označuje libovolného adresáta, predikátová konstanta A normované jednání a výraz $A(x)$ — "x dělá A". Takže celý výraz (1) lze číst „je přikázáno, aby všichni (adresáti) dělali A".

Jak ale interpretovat výraz (3)? Kdežto norma (1) přikazuje všem individuím jistou činnost, zdá se, že norma (3) vlastně zakazuje existenci — existenci individua s jistými náležitostmi. Výraz (3) totiž čteme „je zakázáno, aby existovalo individuum, které nedělá A" či snad méně toporně „je zakázáno, aby někdo nedělal A". Tyto formulace, ač vcelku odpovídají symbolickému zápisu, neodpovídají pojetí ani povaze deontických modalit. Ať už v příkladě uvedeném výše nebo jeho obdobě s výchozí obecnou zakazovací normou

$$F\forall x B(x) \tag{4}$$

s obdobnou kvantifikátorovou transformací

$$F\neg\exists x \neg B(x) \tag{5}$$

a aplikací definice příkazu pomocí zákazu obdržíme

$$O\exists x \neg B(x). \tag{6}$$

Zde jde pro změnu o příkaz existence („je přikázáno, aby existovalo individuum, které nedělá B"). Ale normativní kategorie ani nepřikazují ani nezakazují existenci. Příkaz či zákaz se vztahuje jen a jen na to jisté „normované" jednání (zde označené symbolem A resp. B).

---

[6] Jsou zde míněny tyto formule

$$\forall x A(x) \leftrightarrow \neg\exists x \neg A(x)$$
$$\exists x A(x) \leftrightarrow \neg\forall x \neg A(x).$$

Interpretační potíže však činí již výrazy (2) a (5) — jako příkaz resp. zákaz ne-existence. Teprve po úpravě, která vede ke (3) resp. (6) se tato interpretace zjednoduší. Ta transformace však zřejmě není zcela oprávněná, neboť jejím výsledkem je norma, která není smysluplná. Nehledě na to, že ve výrazech (2) a (5) by se vlastně vytratil subjekt — adresát normy. Nelze tedy považovat za adekvátní transformaci obecných výroků v normách dle De Morganových zákonů a vůbec už nepřichází v úvahu následná transformace deontických modalit, jelikož deformuje smysl původní normy.

Přitom však nelze odmítnout možnost vzájemné převoditelnosti deontických modalit ani v kvantifikátorové verzi normativní logiky. Je-li nejen přijatelná, ale i přesvědčivá ve výrokovělogické verzi, musí být adekvátně formulovatelná i zde. S použitím kvantifikátorů je ovšem situace složitější, a proto není možné mechanicky přenášet zásady platné v jednodušší verzi.

Normativní kategorie příkazu a zákazu jsou podle schématu deontického čtverce D-kontrární. Použijeme zde analogie s logickým čtvercem tradiční logiky. Tam jsou kontrárními protipóly obecný kladný a obecný záporný výrok, zde příkaz a zákaz jako silná kladná a silná záporná deontická modalita. V případě kontrárních výroků nejde o negaci „plnohodnotnou" — negován je toliko predikát, nikoliv celý výrok. Obdobně u D-kontrárních norem je negována pouze jejich faktuální složka, nikoliv celá norma. Tento princip zřejmě musí být dodržen i při vzájemné kombinaci. Pak lze formulovat jako zákony normativní logiky následující ekvivalence

$$
\begin{aligned}
&O\forall x A(x) \leftrightarrow F\forall x \neg A(x)\\
&F\forall x A(x) \leftrightarrow O\forall x \neg A(x),
\end{aligned}
\tag{7}
$$

kterým lze případně dát podobu definičních rovností.

U zbývajících dvou modalit — povolení a normativní indiference — se forma výroku popisujícího normované jednání nemění (zde neexistuje analogie s logickým čtvercem tradiční logiky) a už s ohledem na vzájemnou definovatelnost pomocí silných modalit, kterou musíme respektovat, opět nelze užít ekvivalentní formulace výroku na základě De Morganových zákonů pro kvantifikátory.

Budeme-li považovat funktor O za základní, pak — aniž bychom na něj kladli axiomaticky nějaké požadavky, ovšem za předpokladu splnění principu deontické úplnosti — můžeme pomocí něj definovat ostatní takto:

$$F\forall x A(x) =df\ O\forall x \neg A(x)$$

$$P\forall x A(x) =df\ \neg O\forall x \neg A(x)$$

$$I\forall x A(x) =df\ \neg O\forall x A(x) \wedge \neg O\forall x \neg A(x).$$

K dalšímu problému — domníváme se, že nelze připustit výrazy, které obsahují kvantifikátor před deontickým funktorem, nebo alespoň, že nelze uznat takové výrazy za formalizovaný přepis norem, ačkoliv je někteří autoři připouštějí.[7] Tak např. v cit. lit. se považují za stejně výstižné formální zápisy povolovací normy výrazy

[7] Viz Hintikka, J.: *Some Main Problems of Deontic Logic.* in Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings. Dordrecht 1971.

$$\forall x P A(x), \tag{8}$$

$$P \forall x A(x), \tag{9}$$

$$\exists x P A(x), \tag{10}$$

i když pro různé koncepty „povolení". Ovšem uvážíme-li přístup, který používá normativní logika založená na výrokové logice (a ta je v tomto směru bez námitek), pak jedině správným symbolickým zápisem je výraz (9), protože je zde deontickým termínem P modifikován výrok, a tedy jedině v tomto případě jde o symbolický zápis normy. Oproti tomu výrazy (8) a (10), převedeme-li je do přirozeného jazyka, mají charakter konstatování — výpovědi o normě, jde spíše o výroky. Pak zde ani nemůže být námitek proti použití existenčního kvantifikátoru ve výrazu (10). Kdyby se však existenční kvantifikátor vyskytl za deontickým funktorem, nebyl by takový výraz smysluplný.

Podmíněné deontické modality zde zavedeme způsobem, který bude modifikací výrokovělogického přístupu. Jde o takové výrazy, které bychom mohli nazvat subjekt-predikátovými normami, v nichž subjekt vymezuje třídu adresátů a predikát normovanou činnost, tj. pouze predikát by měl být normou. Přijatelnou formalizaci pomocí dosud užité symboliky nelze dosáhnout. Zřejmě při zápisu např. přikazovací normy

$$O \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

by byl přikazován celý výraz v závorce (všem individuím), což je docela dobře možné, ale naše požadavky tím splněny nejsou. Při formulaci

$$\forall x (A(x) \rightarrow O B(x))$$

jde zase o výraz, který bychom — v souladu s tím, co bylo řečeno dříve — považovali spíše za výrok než za normu. Takže použijeme označení

$$O \forall x [A(x) / B(x)]$$

pro „všem individuím, která splňují B, je přikázáno A". A dále bychom definovali obvyklým způsobem

$$\begin{aligned} F \forall x [A(x)/B(x)] &=_{df} O \forall x [\neg A(x)/B(x)] \\ P \forall x [A(x)/B(x)] &=_{df} \neg F \forall x [A(x)/B(x)] \\ I \forall x [A(x)/B(x)] &=_{df} P \forall x [A(x)/B(x)] \wedge P \forall x [\neg A(x)/B(x)]. \end{aligned} \tag{11}$$

Absolutní deontické modality zde opět vyjádříme pomocí vždy-pravdivé formule na místě podmínky, tj. např.

[8] Zde budeme pro jednoduchost uvažovat tyto axiomy

$X \rightarrow (Y \rightarrow X)$

$(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z))$

$(\neg X \rightarrow \neg Y) \rightarrow (Y \rightarrow X)$

$\forall x A(x) \rightarrow A(y)$, kde y je lib. proměnná substituovatelná za x

$\forall x (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall x B)$, když A neobsahuje volné výskyty x

a odvozovací pravidla —

pravidlo odloučení: z A a $A \rightarrow B$ vyplývá B,

pravidlo generalizace: z A vyplývá $\forall x A$.

$$O\forall x[A(x)/B(x) \vee \neg B(x)], \text{ atd.}$$

Při formulaci kvantifikátorové normativní logiky vyjdeme z toho, že dyadická normativní logika obsahuje monadickou jako svou vlastní část. Budeme tedy budovat přímo dyadickou verzi. Východiskem nechť je nějaký axiomatický systém predikátové logiky prvního řádu,[8] jehož jazyk rozšíříme o logickou konstantu O. Správně utvořené formule kvantifikátorové dyadické normativní logiky definujeme takto:[9]

1. jsou-li výrazy A a B správně utvořenými formulemi predikátové logiky a A není explicitně existenční výrok,[10] pak výrazy $O[A/B]$ a $O\forall x[A/B]$ jsou správně utvořenými formulemi kvantifikátorové normativní logiky;
2. jsou-li výrazy A a B správně utvořenými formulemi kvantifikátorové normativní logiky, pak jsou jimi i výrazy $\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$ a $A \leftrightarrow B$.

Množina axiomů[11] kvantifikátorové normativní logiky obsahuje kromě axiomů predikátové logiky 1. řádu tyto prvky:

A″1. $\neg(O[A/B] \wedge O[\neg A/B])$
A″2. $O[A \wedge B/C] \leftrightarrow (O[A/C] \wedge O[B/C])$
A″3. $O[A/B \vee C] \leftrightarrow (O[A/B] \wedge O[A/C])$
A″4. $O\forall x[A/B] \leftrightarrow O[\forall xA/\forall xB]$

Odvozovacími pravidly tohoto systému jsou

R1. Pravidlo odloučení
R2. Pravidlo generalizace (rozšířené i na O-výrazy: z $O[A/B]$ vyplývá $O\forall x[A/B]$)
R3. Pravidlo extenzionality

Spolu s definicemi (11) pak máme úplný systém normativní logiky.

Formalizace norem prostředky kvantifikátorové normativní logiky umožňuje vyjádřit všechny základní konstituenty normy, tj.

— obsah normy (jednání, které je normou regulováno),
— podmínky aplikace normy,
— subjekt (adresát) normy,
— normativní typ.[12]

Např. ve výrazu

$$O\forall x[A(x)/B(x)]$$

je A obsahem normy, B představuje podmínky aplikace, proměnná x reprezentuje subjekt normy a O normativní typ. Tedy kvantifikátorová normativní logika poskytuje aparát, kterým lze zcela postihnout strukturu libovolné normy.

---

[9] O individuálních proměnných, které se vyskytují jmenovitě v následujícím textu, předpokládáme, že jejich oborem proměnnosti je explicitně či implicitně množina adresátů (subjektů) norem.

[10] Tj. A je obecný nebo singulární výrok nebo výroková forma.

[11] Jde spíše o axiomová schémata.

[12] Dle lit. ad 2.

DEONTIC LOGIC WITH QUANTIFIERS

In this paper the construction problems of the deontic logic based on the first order predicate calculus are discussed. The impossibility to formulate the sensefull norms by using existential propositions is shown as well as non validity of the standard definitions of deontic modalities in relation to the analysed propositions. There is also suggested the symbolic notation suitable to express adequately the norms with the use of the language of the predicate logic. The system of the deontic logic with quantifiers is built up by an axiomatic method and it is extending the New system of deontic logic. One axiom is added to the v. Wright's system; the rules of inference are modified as well as the definitions of deontic constants.