

Celhoffer, Martin

Systema v De institutione musica – propojení aritmetiky, geometrie a hudby

Musicologica Brunensia. 2013, vol. 48, iss. 2, pp. [23]-32

ISSN 1212-0391 (print); ISSN 2336-436X (online)

Stable URL (DOI): <https://doi.org/10.5817/MB2013-2-2>

Stable URL (handle): <https://hdl.handle.net/11222.digilib/129650>

Access Date: 16. 02. 2024

Version: 20220831

Terms of use: Digital Library of the Faculty of Arts, Masaryk University provides access to digitized documents strictly for personal use, unless otherwise specified.

MARTIN CELHOFFER

SYSTEMA V DE INSTITUTIONE MUSICA – PROPOJENÍ ARITMETIKY, GEOMETRIE A HUDBY

Boëthiův spis *De institutione musica*¹ představuje v latinském hudebním písemnictví nezpochybnitelnou autoritu, na kterou se odvolává řada pozdějších autorů. Z hlediska metodologických přístupů k fenoménu *musica* můžeme považovat Boëthia za představitele pythagorejské tradice a jak je zjevné z pozdějších pramenů, tato tradice výrazně předurčila vývoj uvažování o hudbě během středověku. Nahlíženo současnou perspektivou, mluvíme o spekulativní tradici, v rámci které je fenomén *musica* včleněn do disciplín *quadrivia*, charakteristických svou vzájemnou analogičností.

V předkládané studii se budeme zabývat konstrukcí řeckého tónového systému – *systema teleion*, včetně metody jeho odvození². Právě metoda, kterou Boëthius používá pro odvození diatonických, chromatických a enharmonických tetrachordů, je charakteristická pro pythagorejskou tradici zdůrazňující aritmetickou podstatu hudby³. A ačkoli je toto paradigma z hlediska novověku krajně spekulativ-

¹ GODOFREDUS Friedlein (ed.). *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo: De institutione musica libri quinque. Accedit geometria quae fertur Boetii*. Lipsko: B.G.Teubner, 1867; dále viz kritická edice BOETHIUS, Anicius Manlius Severinus. *Fundamentals of Music*. Přel. Calvin M. Bower, ed. Claude V. Palisca. New Haven & London: Yale University Press, 1989.

² GODOFREDUS Friedlein (ed.). *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii...*, op. cit., kniha čtvrtá, s. 314–334.

³ Boëthius odvozuje aritmeticky diatonické, chromatické a enharmonické tetrachordy v kapitolách: *VI. Monochordi netarum hyperboleon per tria genera partitio*, ibid., s. 318–322, *VIII. Monochordi netarum diezeugmenon per tria genera partitio*, ibid., s. 324–327, *VIII. Monochordi netarum synemmenon per tria genera partitio*, ibid., s. 327–330, *X. Monochordi meson per tria genera partitio*, ibid., s. 330–332, *XI. Monochordi hypaton per tria genera partitio et totius dispositio descriptionis*, ibid., s. 332–334. Je tedy zde odvozeno všech pět tetrachordů řeckého tónového systému. Názvy tetrachordů se řídí horním stupněm, od kterého je tetrachord odvozen: *neté hypebolaión*, *neté diezeugmenón*, *neté synemmenón*, *mesé a hypaté mesón*. Pozn. v textu této studie jsou použity psané tvary řeckých stupňů v podobě, v jaké je uvádí Černý, viz ČERNÝ, Miroslav K. *Hudba antických kultur*. Praha: Academia, 2006, s. 23 a dále.

ní, pokud se podíváme na genezi vztahu hudby, aritmetiky a geometrie, musíme uznat, že tyto spekulace nejsou prosty empirie. Na tento fakt ostatně poukazuje sám Boëthius již v první knize *De institutione musica*, kde v desáté kapitole *Quemadmodum Pythagoras proportionales consonantiarum investigaverit*⁴ popisuje „objev“ vztahů mezi aritmetikou a hudbou. Ačkoli můžeme o této epizodě ze života Pythagory pochybovat z hlediska historického faktu (je tedy spíše fabulací a mýtem), její podání nám odkrývá způsob uvažování o problému. Ostatně i v rámci kapitoly, ve které Boëthius geometricky dělí monochord, je empirické hledisko vztahu hudby, čísla a geometrie evidentní:

*„De qua re illud est praedicendum, quod, sive in mensura nervi, sive in numeris atque eorum proportione statuatur describenda divisio, maius spatium chordae et maior numeri multitudo sonos gravioros efficiet. At si fuerit nervi longitudo contractior et in numeris non multa pluralitas, acutiores voces edi necesse est.“*⁵

„Vzhledem k této věci musí být nejdříve řečeno, že jak v dělení struny, tak i čísel a jejich proporcí za předpokladu jejich dělení, větší délka struny a větší číselná hodnota způsobuje hlubší zvuk. Ale pokud je délka struny zmenšena a číselná hodnota není početná, zvuky jsou nutně vyšší.“

Souvislost geometrických a aritmetických analogií vzhledem ke smyslové zkušenosti je tedy zřejmá. Boëthius odvozuje řecký tónový systém dvěma odlišnými metodami: geometrickým dělením a aritmetickou argumentací. Geometrická metoda je použita pro ustavení řeckého *systema teleion* jako celku v rovině diatonického rodu. Aritmetické metody je použito k odvození všech tří rodů (diatonického, chromatického a enharmonického) v rovině jednotlivých tetrachordů. Nejdříve se podíváme na rekonstrukci dělení geometrického, které Boëthius představuje v kapitole *Monochordi regularis partitio in genere diatonico*⁶. Pro přehlednou rekonstrukci je možné celé dělení rozvrhnout v parafrázi Boëthia do následujících devíti kroků:

1. Úsečka AB⁷ představuje celek – strunu, monochord.
2. Rozdělme úsečku AB na čtyři díly, dostaneme tak tři body: C, D a E. AB je tak dvojnásobek DB a AD (tedy proporce 2:1), úsečky AD a DB jsou každá dvojnásobek AC, CD, DE a EB. Úsečka AB představuje stupeň *proslambanomenos*

⁴ Ibid., s. 196–198.

⁵ Ibid., s. 314–316, kniha čtvrtá, kapitola pátá *Monochordi regularis partitio in genere diatonico*.

⁶ Ibid., s. 314–316.

⁷ „*Chorda intensa*“, což lze přeložit jako „natažená struna“, případně „napnutá struna“. Opět poukaz na praktickou aplikabilitu takového dělení. Nejedná se tedy o izolovanou geometrickou reprezentaci, nýbrž o skutečné, praktické dělení monochordu. Ibid., s. 315.

(nejnižší stupeň *systema teleion*), DB *mesé* (střed *systema teleion*, o oktávu 2:1 výš, než *proslambanomenos*), EB *néte hypebolaión* (nejvyšší stupeň *systema teleion*, o oktávu 2:1 výš než *mesé* a o dvě oktávy 4:1 výš, než *proslambanomenos*). Jelikož AB obsahuje čtyři díly a CB tři, jsou tyto úsečky v proporčním vztahu 4:3 a CB tak představuje stupeň *lichanos hypatón diatonon* (o kvartu výš než *proslambanomenos*).

3. Odečteme jednu devítinu z AB a dostaneme bod F, resp. úsečku FB. Vztah AB ku FB tak představuje proporci 9:8, tedy interval celý tón. Úsečka FB představuje stupeň *hypaté hypatón*.

4. Rozdělme úsečku AB na tři části. AG je jedna část, GB jsou dvě. Tj. AB:GB je proporce 3:2 (interval kvinty), GB představuje stupeň *hypaté mesón*.

5. Odečteme jednu čtvrtinu z CB a dostaneme KB. CB:KB je proporce 4:3, tedy kvarta (*diatessaron*). KB představuje stupeň *lichanos mesón diatonon*.

6. Odečteme jednu devítinu od DB a dostaneme LB, úsečka LB představuje stupeň *paramesé*.

7. Odečteme jednu čtvrtinu od DB a dostaneme MB, úsečka MB představuje stupeň *néte synémmenón*.

8. Odečteme jednu třetinu od DB a dostaneme NB, úsečka NB představuje stupeň *néte diezeugmenón*.

9. Rozdělme úsečku KB na dvě stejné části bodem X, dostaneme KX a XB. Úsečka XB představuje stupeň *paranété hypebolaión*.

Výsledek tohoto geometrického dělení si můžeme shrnout do následujícího přehledu stupňů od nejnižšího po nejvyšší (včetně značení jednotlivých úseček dělení):

AB = *proslambanomenos*

FB = *hypaté hypatón*

CB = *lichanos hypatón diatonon*

GB = *hypaté mesón*

KB = *lichanos mesón diatonon*

DB = *mesé*

LB = *paramesé*

MB = *néte synémmenón*

NB = *néte diezeugmenón*

XB = *paranété hypebolaión diatonon*

EB = *néte hypebolaión*

Vidíme, že některé stupně diatonického rodu chybí, jmenovitě (stupeň *paranété diezeugmenón diatonon* se v případě Boëthiova dělení nijak proporčně neliší od *nété synémmenón*, proto jej neuvádíme):

(i) z tetrachordu *hypatón*:
parhypaté hypatón diatonon

(ii) z tetrachordu *mesón*:
parhypaté mesón diatonon

(iii) z tetrachordu *synémmenón*:
tritě synémmenón diatonon
paranété synémmenón diatonon (zde se opět jedná o proporční shodu s následujícím chybějícím stupněm *tritě diezeugmenón diatonon*)

(iv) z tetrachordu *diezeugmenón*:
tritě diezeugmenón

(v) z tetrachordu *hypebolaión*:
tritě hypebolaión

Podle všeho došlo v tradování latinského textu (resp. verzí a opisů) ke ztrátě pasáže, ve které se odvozují právě tyto diatonické půltóny.⁸ Je totiž krajně nepravděpodobné, že by Boëthius geometricky odvozoval záměrně pouze celotónové stupně, jelikož takovým stupněm je i chybějící *paranété synémmenón diatonon*. Po této částečné geometrické konstrukci diatonického rodu přistupuje Boëthius k velice důslednému aritmetickému dělení jednotlivých tetrachordů ve všech třech rodech. Jako první odvozuje v řeckém tónovém systému nejvýše situovaný tetrachord *hypebolaión*. Ačkoli Boëthius zde používá aritmetické odvození jednotlivých stupňů, v protikladu k čistě geometrickému dělení⁹, koncept

⁸ Tento problém řešili také editoři kritické edice *De institutione musica*, ve které bylo přistoupeno na pokus o rekonstrukci textu. Viz BOETHIUS, Anicius Manlius Severinus. *Fundamentals of Music*, op. cit., s. 130.

⁹ Dělení monochordu v předchozí kapitole *Monochordi regularis partitio in genere diatonico* je čistě geometrické, bez aritmetické argumentace. Dělení touto metodou lze chápat jako empiricky uchopitelnou demonstraci řeckého *systema teleion*. Proto lze považovat Boëthiovo *Monochordi regularis partitio* za pokračování eukleidovské tradice. Viz CELHOFFER, Martin. „Sectio canonicis. Geometrická konstrukce hudebních intervalů řeckého systema teleion“, *Opus musicum*, 2012, roč. 44, č. 2, s. 59–67; viz dále: MATHIESEN, Thomas J. An Annotated Translation of Euclid's „Division of a Monochord“. *Journal of Music Theory*, 1975, roč. 19, č. 2, s. 249–252. V souvislosti s navazující středověkou tradicí těchto geometrických dělení viz pojednání *Epistola de ignoto cantu directa* Guida z Arezza, in *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 sv., Martin Gerbert (ed.), St. Blaise: Typis San-Blasianis, 1784, 2:43–50; a rovněž i *Micrologus*, in *Ibid.*, 2:2–24. Dále také vlivný spis *Musica* Johannese de Cotto (Ex MS. San-Blas. saec. XII. collato cum Vindobonensi & Lipsiensi, in: *Scriptores*

monochordu jako struny zůstává i zde zachován. Možným důvodem použití aritmetické argumentace je existence specifických intervalů v řecké chromaticice a zejména enharmonice. Nicméně i takové dělení je prakticky aplikovatelné na struně monochordu a nebude tak výlučně matematickou spekulací.

Před samotným aritmetickým dělením tetrachordu *hypebolaión* napříč všemi rody je pro Boëthia nutností aritmeticky definovat nejvyšší stupeň řeckého *systema* – *néte hypebolaión*, od kterého jsou zbylé stupně tetrachordu *hypebolaión* odvozeny. Je to přirozené, protože odvozování jednotlivých stupňů tetrachordu musí probíhat sestupně kvůli půltónu, případně *diesis* na nejnižším stupni. Tento fakt by představoval problém vzhledem k poměrně složitým proporcím intervalů menších jako celý tón a jejich případnému nanášení na monochord. Podobně je nutné definovat předem i stupně *proslambanomenos* a *mesé*. Je zajímavé, že ačkoli Boëthius má již geometricky odvozeny všechny nepohyblivé stupně řeckého *systema*¹⁰, nerespektuje ustavené alfabatické označení jednotlivých stupňů na monochordu (co také odkazuje na prosto odlišnou metodu odvozování):¹¹

A = <i>proslambanomenos</i>	9216
O = <i>mesé</i>	4608
LL = <i>néte hypebolaión</i>	2304

Vidíme, že z hlediska proporčnosti platí 2. teze předchozího dělení: oktáva 2:1 mezi *proslambanomenos* a *mesé* a mezi *mesé* a *néte hypebolaión*; dvě oktávy 4:1 mezi *proslambanomenos* a *néte hypebolaión*. Další stupně tetrachordu *hypebolaión* jsou odvozeny sestupně od stupně *néte hypebolaión* (LL, 2304):

„*Si igitur ex .II.CCCIII. octavam abstulero partem, id est .CCLXXXVIII. eisdemque adiecero, fient mihi .II.DXCII. eritque .KK. .II.DXCII., quae est paranete hyperboleon ad neten hyperboleon obtinens distantiam tonum.*“¹²

„*Pokud pak odeberu z 2304 [LL, nete hyperboleon] osmou část, což je 288 [2304/8], a přidám ji k 2304, dostanu tak 2592, což bude [stupeň] KK 2592, paranété hypebolaión [diatonon], který se nachází ve vzdálenosti jednoho tónu od néte hypebolaión.*“

Touto jednoduchou aritmetickou metodou je odvozen i další stupeň *tritité hypebolaión diatonon* (který právě v předchozím geometrickém dělení chybí) od stupně *paranété hypebolaión diatonon*:

ecclesiastici de musica sacra potissimum, 3 sv., Gerbert, Martin (ed.), St. Blaise: Typis San-Blasianis, 1784, 2:230–265).

¹⁰ Tj. ty stupně, které zůstávají nezměněné jak v diatonice, tak i v chromaticice a enharmonice.

¹¹ GODOFREDUS Friedlein (ed.). *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii...*, op. cit., kniha čtvrtá, s. 318–319.

¹² *Ibid.*, s. 319.

„*Rursus eius, quae est .KK. id est .II.DXCII. aufero octavam, quae est .CCCXXIII. eamque eis, quorum est octava, subiungo eruntque .II.DCCCCXVI. fietque mihi .FF. trite hyperboleon diatonos in diatonico scilicet genere .II. DCCCCXVI., tonum quidem distans ab ea, quae est paranete hyperboleon diatonos, ditonum vero ab ea, quae est nete hyperboleon.*“¹³

„*A opět z onoho, co je KK, tedy 2592, vyjmu jednu osminu [aufero octavam], což je 324, připojím ji pod [subiungo eruntque, tj. na levou stranu monochordu směrem k nižším tónům] KK 2592 [tj. eamque eis, quorum est octava] a dostanu 2916. Tím dostanu FF trité hypebolaión diatonon 2916, přirozeně v diatonickém rodu [genere], vzdálený jeden tón od paranété hypebolaión diatonon a dva tóny [ditonum, velká tercie] od nété hypebolaión.*“

Oba právě odvozené stupně, *paranété hypebolaión diatonon* a *trité hypebolaión diatonon* jsou ve vzdálenosti vždy jeden celý tón o proporci 9:8 pod předchozím, vyšším stupněm řeckého *systema*. Zbylý interval mezi stupni *trité hypebolaión diatonon* a *nété diezeugmenón* vyplňuje prostor ohraničený pevnými stupni tetrachordu:

„*Quoniam vero si a sesquitercia proportione duas sesquioctavas abstulero, relinquetur mihi semitonium minus, sumo tertiam eius, quae est .LL., id est nete hyperboleon; sunt .DCCLXVIII. Hos eisdem adicio, fiet mihi .III.LXXII., quorum est .DD. nete diezeugmenon continens ad triten hyperboleon semitonium minus.*“¹⁴

„*Jelikož pokud od proporce sesquitercia vyjmu dvě proporce sesquioctava, zůstane mi malý půltón, vezmu jednu třetinu z LL, což je nété hypebolaión, dostanu 768. Připočítám jí k LL nété hypebolaión a dostanu 3072, což je DD nété diezeugmenón, který společně s trité hypebolaión ohraničuje malý půltón.*“

Tím se završuje aritmetická definice diatonického tetrachordu *hepebolaión*, kterou pro přehlednost definujeme ve tvaru složené proporce:

2304 : 2592 : 2916 : 3072

nété hypebolaión : *paranété hypebolaión* : *trité hypebolaión* : *nété diezeugmenón*

Intervalové proporce tetrachordu: 9:8 – 9:8 – 256:243 (tonus – tonus – semitonium).

Zůstává aritmeticky odvodit chromatický a enharmonický rod. Stupně *nété hypebolaión* a *nété diezeugmenón* zůstávají (jako „pevné“ stupně) v chromatické i enharmonice nezměněné; diatonický stupeň *trité hypebolaión* je aritmetický, a tedy i proporčně totožný se chromatickým *trité hypebolaión* a enharmonickým *paranété hypebolaión*. Boëthius tedy nejdříve definuje chromatický stupeň *paranété hypebolaión*:

„*Quoniam enim paranete hyperboleon ad neten hyperboleon in diatonico quidem genere tono distat, in chromatico vero tribus semitoniis, in enarmonio vero duobus tonis, si distantiam paranetes hyperboleon et netes hyperboleon diatonici*

¹³ Ibid., s. 319–320.

¹⁴ Ibid., s. 320.

*generis sumpserimus eiusque dimidium paranete hyperboleon, quae est diatonici generis, apponamus, habebimus numerum tribus semitoniis ab hyperboleon nete distantem; et erit haec in chromatico genere paranete hyperboleon. Aufero igitur de .II.DXCII., id est paranete hyperboleon diatonici generis, .II.CCCIII., id est neten hyperboleon, relinquuntur mihi .CCLXXXVIII. Hos divido, erunt .CXLIII. Eisdem .II.DXCII. adiungo, fient .II.DCCXXXVI. .HH. Haec erit paranete hyperboleon chromatica.*¹⁵

„Jelikož paranété hypebolaión je od nété hypebolaión v diatonickém rodu vzdálen o jeden tón, nicméně v chromatickém o tři půltóny a v enharmonickém o dva tóny, pokud vezmeme polovinu této vzdálenosti mezi paranété hypebolaión a nété hypebolaión diatonických rodů a přidáme ji k paranété hypebolaión, který je diatonického rodu, dostaneme číslo stojící ve vzdálenosti tři půltónů od nété hypebolaión; a to bude pak v chromatickém rodu paranété hypebolaión. Tedy pokud odčítám od 2592, tj. paranété hypebolaión diatonického rodu, 2304, tj. nété hypebolaión, dostanu zbylých 288. Tyto rozdělím [na dvě části], co bude 144 a přidám je ke 2592, dostanu 2736, HH. Toto bude paranété hypebolaión chromatického rodu.“

Výsledná složená proporce chromatického tetrachordu *hypebolaión* bude tedy následující:

2304 : 2736 : 2916 : 3072

nété hypebolaión : *paranété hypebolaión* : *tritité hypebolaión* : *nété diezeugmenón*

Intervalové proporce tetrachordu: 19:16 – 81:76 – 256:243 (tribus semitoniis – semitonium – semitonium).

Za zmínku stojí nepravdivost půltónů chromatického tetrachordu *hypebolaión*. Poslední stupeň, který je potřebné odvodit a ustavit tak enharmonický tetrachord *hypebolaión*, je chromatický *tritité hypebolaión*:

„*Rursus quoniam trite hyperboleon vel diatonica vel chromatica duos tonos distat a nete hyperboleon et in enarmonio genere paranete hyperboleon duobus tonis distat ab ea, quae est nete hyperboleon, eadem erit in enarmonio genere paranete hyperboleon, quae est in diatonico vel chromatico trite hyperboleon. Sed quoniam trite hyperboleon diatonici generis et chromatici ad neten diezeugmenon minus semitonium servant, constat autem tetrachordum enarmonii generis ex duobus integris tonis et diesi ac diesi, quae sunt dimidia spatia semitonii minoris, distantiam eam, quae est inter neten diezeugmenon et paraneten hyperboleon enarmonion sumo. Sed quoniam nete diezeugmenon est .III.LXXII. paranete autem hyperboleon enarmonios .II.DCCCCXVI. horum distantia erit .CLVI. Horum sumo dimidiam partem, qui sunt .LXXVIII. Hos adicio .II.DCCCCXVI., fient .II.DCCCCXCIII. Haec erit .EE. trite hyperboleon enarmonios.*“¹⁶

„Vzhledem k tomu, že *tritité hypebolaión* jak diatonického, tak chromatického rodu jsou od *nété hypebolaión* vzdálené o dva tóny [ditonus] a v enharmonickém

¹⁵ Ibid., s. 320–321.

¹⁶ Ibid., s. 321–322.

rodu je *paranété hypebolaión* od *néte hypebolaión* vzdálený o dva tóny, to, co bude v *enharmonickém paranété hypebolaión*, bude v *diatonickém a chromatickém* rodu *trité hypebolaión*. Jelikož od *trité hypebolaión* *diatonického a chromatického* rodu zbývá do *néte diezeugmenón* malý půltón, na druhou stranu *tetrachord enharmonického rodu* pozůstává z dvou celých tónů a z *diesis a diesis*, které jsou rozdělením prostoru malého půltónu, jeho vzdálenosti, kterou vezmu mezi *néte diezeugmenón* a *paranété hypebolaión* – ale *enharmonického rodu*. Protože *néte diezeugmenón* je 3072 a *paranété hypebolaión* *enharmonického rodu* 2916, jejich vzdálenost bude 156. Vezmu půlku této části, která je 78, a přidám ji k 2916 a dostanu 2994. Toto bude *EE trité hypebolaión* *enharmonického rodu*.“

Složená proporce *enharmonického tetrachordu hypebolaión* bude následující:
2304 : 2916 : 2994 : 3072

néte hypebolaión : *paranété hypebolaión* : *trité hypebolaión* : *néte diezeugmenón*

Intervalové proporce *tetrachordu*: 81:64 – 499:486 – 512:499 (*ditonus* – *diesis* – *diesis*).

Podobným aritmetickým dělením *Boëthius* odvozuje i zbylé *tetrachordy řeckého systema*: *tetrachord diezeugmenón*, *synémmenón*, *mesón* a nakonec *hypatón*. Jejich složené i intervalové proporce rekonstruuje dle původního textu¹⁷, intervalové schéma je identické s *tetrachordem hyperbolaión*, proto jej již neopakujeme.

Složené proporce *tetrachordů diezeugmenón* (*néte diezeugmenón* : *paranété diezeugmenón* : *trité diezeugmenón* : *paramesé*):

diatonický: 3072 : 3456 : 3888 : 4096

chromatický: 3072 : 3648 : 3888 : 4096

enharmonický: 3072 : 3888 : 3992 : 4096

Složené proporce *tetrachordů synémmenón* (*néte synémmenón* : *paranété synémmenón* : *trité synémmenón* : *mesé*):

diatonický: 3456 : 3888 : 4374 : 4608

chromatický: 3456 : 4104 : 4374 : 4608

enharmonický: 3456 : 4374 : 4491 : 4608

Složené proporce *tetrachordů mesón* (*mesé* : *lichanos mesón* : *parhypaté mesón* : *hypaté mesón*):

diatonický: 4608 : 5184 : 5832 : 6144

chromatický: 4608 : 5472 : 5832 : 6144

enharmonický: 4608 : 5832 : 5988 : 6144

Složené proporce *tetrachordů hypatón* (*hypaté mesón* : *lichanos hypaté* : *parhypaté hypatón* : *hypaté hypatón*):

diatonický: 6144 : 6912 : 7776 : 8192

chromatický: 6144 : 7296 : 7776 : 8192

enharmonický: 6144 : 7776 : 7984 : 8192

¹⁷ Ibid., s. 324–334.

Všechna čísla představující délku monochordu jednotlivých stupňů všech tetrachordů a rodů můžeme na závěr příspěvku sestavit do úplné složené proporce celého systému. Pro názornost jsou názvy neměnných stupňů (tj. stupňů společných všem rodům) zvýrazněné tučným fontem, diatonické stupně normálním fontem, chromatické kurzívou a enharmonické podtržením:

2304	néte hypebolaión
2592	paranéte hypebolaión
2736	<i>paranéte hypebolaión</i>
2916	tritité hypebolaión = <i>tritité hypebolaión</i> = <u>paranéte hypebolaión</u>
2994	<u>tritité hypebolaión</u>
3072	néte diezeugmenón
3456	paranéte diezeugmenón = néte synémmenón
3648	<i>paranéte diezeugmenón</i>
3888	tritité diezeugmenón = <i>tritité diezeugmenón</i> = <u>paranéte diezeugmenón</u> = paranéte synémmenón
3992	<u>tritité diezeugmenón</u>
4096	paramesé
4104	<i>paranéte synémmenón</i>
4374	tritité synémmenón = <i>tritité synémmenón</i> = <u>paranéte synémmenón</u>
4491	<u>tritité synémmenón</u>
4608	mesé
5184	lichanos mesón
5472	<i>lichanos mesón</i>
5832	parhypaté mesón = <i>parhypaté mesón</i> = <u>lichanos mesón</u>
5988	<u>parhypaté mesón</u>
6144	hypaté mesón
6912	lychanos hypatón
7296	<i>lychanos hypatón</i>
7776	parhypaté hypatón = <i>parhypaté hypatón</i> = <u>lychanos hypatón</u>
7984	<u>parhypaté hypatón</u>
8192	hypaté hypatón
9216	proslambanomenos

Odvození diatonického rodu je v Boëthiově *De institutione musica* realizováno metodou geometrického dělení v rámci řeckého tónového systému jako celku. Tato metoda je později tradována ve středověku, i když nikoli v kontextu *systema teleion*, nýbrž v kontextu systému hexachordů. Pro geometrické dělení je příznačná praktická možnost dělení přímo na struně monochordu. Naproti tomu aritmetické argumentace, jimiž odvozuje Boëthius kromě diatonického rodu i chromatický a enharmonický, již tuto přímou souvislost s praktickým využitím postrádají, ačkoli i aritmetické dělení lze přeformulovat pro nanesení na monochord. Tyto souvislosti jsou důležité z hlediska porozumění vztahům mezi spekulativními aritmetickými koncepcemi (přisuzovanými pythagorejské tradici) a empirickými aspekty uvažování o hudbě.

Martin Celhoffer (celhoffer@phil.muni.cz) vystudoval hudební vědu na FF MU v Brně. V současnosti působí jako odborný asistent na Akademii staré hudby při ÚHV FF MU. Pedagogicky působí také na KTDU FU Ostravské univerzity. Badatelsky se zaměřuje na hudebně-teoretickou problematiku a filozofii umění.

ABSTRACT

SYSTEMA IN DE INSTITUTIONE MUSICA – CONNECTION OF ARITHMETIC, GEOMETRY AND MUSIC

This study deals with the methods of derivation of the Greek *Systema Teleion* in Boethius' influential treatise *De Institutione Musica*. Boethius applied two basic methods of division: geometrical and arithmetical. The geometrical one is related to diatonic division of a string of the monochord, the arithmetical one is related to detailed description of tetrachord species.

Key words

tetrachord, systema teleion, De institutione musica, Greek genera, quadrivium

Bibliography

- BOETHIUS, Anicius Manlius Severinus. *Fundamentals of Music*. Překl. Calvin M. Bower. Ed. Claude V. Palisca. New Haven & London: Yale University Press, 1989.
- CELHOFFER, Martin. „Sectio canonis. Geometrická konstrukce hudebních intervalů řeckého systema teleion“. *Opus musicum*, 2012, roč. 44, č. 2, s. 59–67.
- ČERNÝ, Miroslav K. *Hudba antických kultur*. Praha: Academia, 2006.
- GODOFREDUS, Friedlein (ed.): *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo: De institutione musica libri quinque. Accedit geometria quae fertur Boetiis*. Lipsko: B.G.Teubner, 1867.
- GUIDO z Arezza. Epistola de ignoto cantu directa. In *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 sv. Martin Gerbert (ed.). St. Blaise: Typis San-Blasianis, 1784, 2:43–50.
- GUIDO z Arezza. Micrologus. In *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 sv. Martin Gerbert (ed.). St. Blaise: Typis San-Blasianis, 1784, 2:2–24.
- COTTO, Johannes de. Musica (Ex MS. San-Blas. saec. XII. collato cum Vindobonensi & Lipsiensi. In *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 sv. Gerbert, Martin (ed.). St. Blaise: Typis San-Blasianis, 1784, 2:230–265.
- MATHIESEN, Thomas J. „An Annotated Translation of Euclid's Division of a Monochord“. *Journal of Music Theory*, 1975, roč. 19, č. 2, s. 249–252.